



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
82<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”  
5 Νοεμβρίου 2021

Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Πρόβλημα 1 (μονάδες 6)**

Να βρεθούν οι τριψήφιοι θετικοί ακέραιοι  $x = \overline{abc}$  και  $y = \overline{cba}$  για τους οποίους ισχύει  $0 < c < a$  και οι δύο διαιρούνται με το 4.

( Σημείωση:  $x = \overline{abc} = 100a + 10b + c$ ,  $y = \overline{cba} = 100c + 10b + a$  ).

**Πρόβλημα 2 (μονάδες 7)**

Οι καθηγητές των Μαθηματικών και Φυσικής βαθμολόγησαν για το Α΄ τετράμηνο τους μαθητές ενός Τμήματος του Γυμνασίου τους ως εξής:

Ο καθηγητής των Μαθηματικών έβαλε  $\alpha$  φορές το βαθμό 20,  $\beta$  φορές το βαθμό 18,  $\gamma$  φορές το βαθμό 16 και  $\delta$  φορές το βαθμό 14. Ο καθηγητής της Φυσικής έβαλε  $\alpha$  φορές το βαθμό 18,  $\beta$  φορές το βαθμό 16,  $\gamma$  φορές το βαθμό 14 και  $\delta$  φορές το βαθμό 20. Γνωρίζουμε ότι το άθροισμα των βαθμών των μαθητών του Τμήματος στα Μαθηματικά ισούται με το άθροισμα των βαθμών των μαθητών του Τμήματος στη Φυσική. Να προσδιορίσετε τον αριθμό N των μαθητών του Τμήματος, αν δίνεται ότι  $20 < N < 28$ .

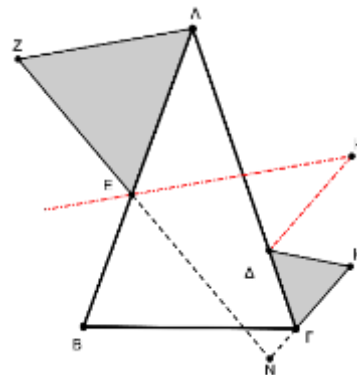
**Πρόβλημα 3 (μονάδες 7)**

Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές ( $AB = AG$ ) και τα τρίγωνα AEZ, ΔΓΗ είναι ισόπλευρα. Οι διχοτόμοι των γωνιών  $\widehat{B\hat{E}Z}$  και  $\widehat{A\hat{D}H}$  τέμνονται στο σημείο K. Οι προεκτάσεις των ευθύγραμμων τμημάτων EZ και ΓΗ τέμνονται στο σημείο N.

Να αποδείξετε ότι:

(α)  $\widehat{EK\Delta} = \widehat{B\hat{A}\Gamma}$

(β)  $\widehat{E\hat{N}\Gamma} = 120^\circ - \widehat{B\hat{A}\Gamma}$



(Σημείωση: Να σχεδιάσετε στην κόλλα σας το δικό σας σχήμα.)

**Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες**  
**Καλή επιτυχία!**



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
82<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”  
5 Νοεμβρίου 2021

Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Πρόβλημα 1 (μονάδες 6)**

Ο Γιάννης μπορεί να χρησιμοποιήσει απεριόριστες φορές το ψηφίο 9 και ακριβώς μία μόνο φορά το ψηφίο 2 για να γράψει θετικούς ακέραιους. Να βρείτε τον ελάχιστο δυνατό θετικό ακέραιο που μπορεί να γράψει ο Γιάννης ο οποίος διαιρείται με το μεγαλύτερο δυνατό πλήθος στοιχείων του συνόλου  $\Sigma = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .

**Πρόβλημα 2 (μονάδες 7)**

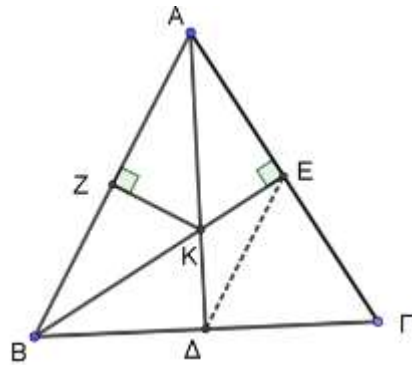
Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  στο οποίο η διχοτόμος  $A\Delta$  της γωνίας  $\hat{A}$ , το ύψος  $BE$  και η μεσοκάθετη  $ZK$  της πλευράς  $AB$  περνούν από το ίδιο σημείο  $K$ .

(α) Να βρείτε πόσων μοιρών είναι η γωνία  $\hat{A}$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

(β) Αν επιπλέον γνωρίζετε ότι η ευθεία  $E\Delta$  είναι παράλληλη προς την ευθεία  $AB$ , να αποδείξετε ότι

$$KA = KE = KZ.$$

(Σημείωση: Να σχεδιάσετε στην κόλλα σας το δικό σας σχήμα)



**Πρόβλημα 3 (μονάδες 7)**

Μία σχολική τάξη έχει συνολικά  $A$  μαθητές. Μία μαθήτριά, η Μαρία, αποφασίζει να στείλει ευχετήριες κάρτες στα υπόλοιπα παιδιά της τάξης. Όμως, ξεχνάει να βάλει γραμματόσημο σε  $\frac{A}{4}$  από αυτές που είχε ετοιμάσει, οπότε στέλνει τις υπόλοιπες. Από τις υπόλοιπες, λόγω καθυστέρησης του ταχυδρομείου, μόνο το  $\frac{1}{10}$  έφτασε εγκαίρως. Ποια είναι η ελάχιστη δυνατή τιμή του  $A$ ;

**Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες**  
**Καλή επιτυχία!**