

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = \frac{e^x}{2e^x - 1} \quad \beta) f(x) = \frac{x^2}{2\eta\mu x - 1} \quad \gamma) f(x) = \frac{x+3}{\ln x - 2} \quad \delta) f(x) = \sqrt{|x-2| - 3}$$

$$\epsilon) f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x-4} - 2} \quad \sigma\tau) f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \quad \zeta) f(x) = \ln\left(2 - \frac{1}{x-3}\right)$$

$$\eta) f(x) = \ln(\sqrt{4x^2 + 1} - 2x) \quad \theta) f(x) = \frac{x+2}{x-5\sqrt{x}+6}$$

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x-\kappa}{x+2}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο

$A(1, -14)$. Να βρείτε:

α) Την τιμή του $\kappa \in \mathbb{R}$

β) Τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.

γ) Τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον x' .

3. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^3 + x^2 - 8$ και $g(x) = -x^2 + 9x + 10$.

α) Να βρείτε τα κοινά σημεία των C_f και C_g .

β) Να βρείτε την σχετική θέση των C_f και C_g .

4. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των παρακάτω συναρτήσεων και στη συνέχεια από την γραφική παράσταση να βρείτε το σύνολο τιμών τους.:

$$\alpha) f(x) = \begin{cases} -x^2, & x < -1 \\ x+2, & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases} \quad \beta) g(x) = \frac{|x+2|}{x+2} + x \quad \gamma) h(x) = \frac{|\sin x| + \sin x}{2}, x \in [0, 2\pi]$$

$$\delta) K(x) = \begin{cases} e^x + 2, & x < 0 \\ \ln(x+1), & x \geq 0 \end{cases} \quad \epsilon) T(x) = \begin{cases} \eta\mu x + 1, & 0 \leq x < \pi \\ 2 - \sigma\upsilon\nu x, & \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

5. Να εξετάσετε σε ποιές από τις παρακάτω περιπτώσεις είναι $f = g$. Στις περιπτώσεις που είναι $f \neq g$ να προσδιορίσετε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του \mathbb{R} στο οποίο ισχύει $f(x) = g(x)$.

$$\alpha) f(x) = \frac{x-9}{\sqrt{x+3}} \quad \text{και} \quad g(x) = \sqrt{x} - 3$$

$$\beta) f(x) = \ln \frac{x^3}{x-2} \quad \text{και} \quad g(x) = 3\ln x - \ln(x-1)$$

$$\gamma) f(x) = \frac{x^2 - 2|x|}{x^2} \quad \text{και} \quad g(x) = \frac{|x| - 2}{|x|}$$

6. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{x+2}$ και $g(x) = \ln(x+2)$. Να βρείτε τις συναρτήσεις:

α) $f \circ g$ β) $g \circ f$ γ) $f \circ f$

7. Να βρείτε την συνάρτηση f , για την οποία ισχύουν:

α) $f(e^x) = x^3 - 2x^2 + x - 3$.

β) $f(\ln x) = 2e^x + x - 1$

8. Να βρείτε την συνάρτηση f σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

α) Αν $(f \circ g)(x) = x + 3$ και $g(x) = 2\ln x$.

β) Αν $(g \circ f)(x) = |\eta\mu x|$ και $g(x) = \sqrt{1-x^2}$.

9. Να βρείτε την συνάρτηση f , για την οποία ισχύουν:

α) $(g \circ f)(x) = 12x^2 - 14x + 4$ και $f(x) = 1 - 2x$

β) $(g \circ f)(x) = 1 - \sigma\upsilon\nu x$ και $g(x) = (x-1)^2$ με $f(x) \leq 1$

10. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$.

α) Να βρείτε την $f \circ f$ συνάρτηση.

β) Να αποδείξετε ότι $(f \circ f)(x) = x$.

11. Σύρμα μήκους 10 cm κόβεται σε δύο κομμάτια. Με το πρώτο κομμάτι μήκους x cm, κατασκευάζουμε ισόπλευρο τρίγωνο και με το δεύτερο κύκλο. Να βρείτε την διαφορά των εμβαδών των δύο σχημάτων συνάρτηση του x .

12. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το σύνολο A :

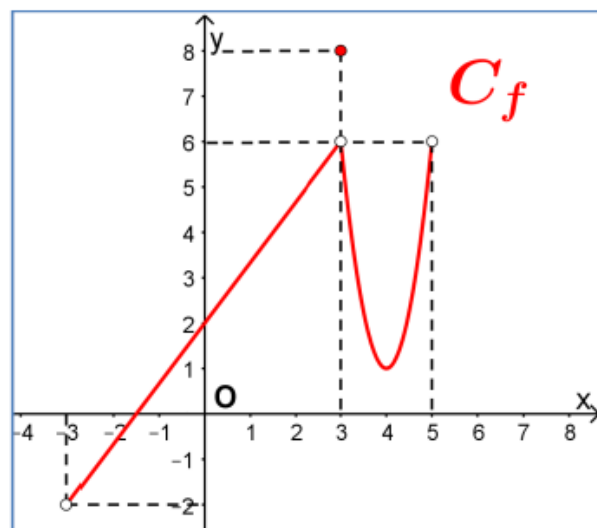
α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A και το σύνολο τιμών $f(A)$.

β) Να γράψετε τις τιμές: $f(-3), f(0), f(3), f(4)$ και $f(5)$.

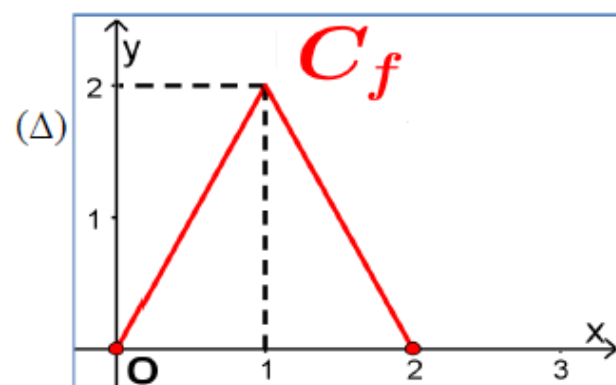
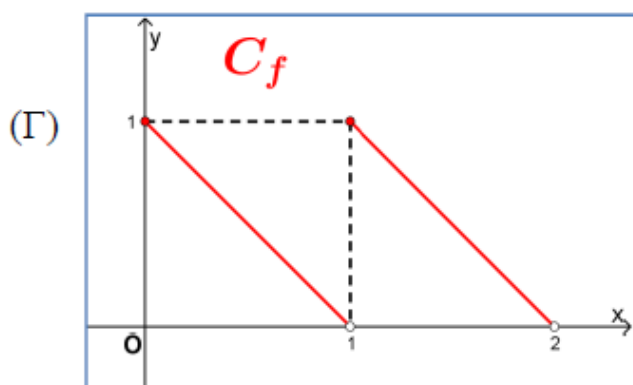
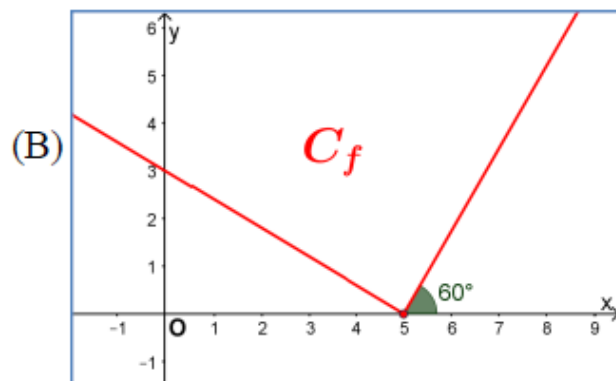
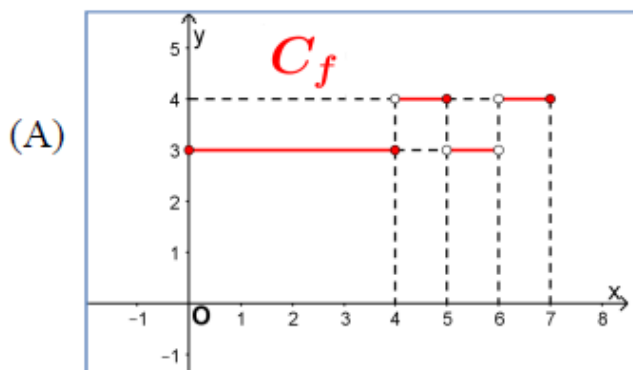
γ) Να γράψετε το τύπο της συνάρτησης f , αν γνωρίζετε ότι η καμπύλη της f στο διάστημα $(3,4)$ είναι μέρος παραβολής.

δ) Να λύσετε τις εξισώσεις: $f(x) = 1$ και $f(x) = 3$.

ε) Να λύσετε τις ανισώσεις: $f(x) \leq 0$ και $f(x) \geq 3$



13. Να βρείτε τον τύπο των συναρτήσεων που φαίνονται στα παρακάτω σχήματα:



14. Να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

