

ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ

1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{OA} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{OB} = 3\vec{i} + \vec{j}$ και $\vec{OG} = 5\vec{i} - 5\vec{j}$, όπου \vec{i} και \vec{j} είναι τα μοναδιαία διανύσματα των αξόνων $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των \vec{AB} και \vec{BG} .

Μονάδες 12

β) Να εξετάσετε αν τα σημεία A, B και Γ μπορεί να είναι κορυφές τριγώνου.

Μονάδες 13

2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{\beta} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$ και $\vec{\gamma} = (7, 3)$.

α) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ είναι συγγραμμικά ανά δύο.

Μονάδες 10

β) Να γραφεί το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ως γραμμικός συνδυασμός των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

Μονάδες 15

3. Δίνονται τα σημεία $A(-3, 2)$, $B(3, -1)$ και $\Gamma(x, 1)$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός x ώστε τα σημεία να είναι συνευθειακά.

4. Θεωρούμε τα σημεία $A(\alpha+1, 3)$, $B(\alpha, 4)$ και $\Gamma(-4, 5\alpha+4)$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τα διανύσματα \vec{AB} και \vec{BG} .

Μονάδες 8

β) Να βρείτε για ποια τιμή του α , τα A, B, Γ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 10

γ) Αν $\alpha = 1$, να βρείτε αριθμό λ ώστε $\vec{AG} = \lambda \cdot \vec{AB}$.

Μονάδες 7

5. Να υπολογιστούν οι συντεταγμένες ενός διανύσματος $\vec{\alpha}$ το οποίο έχει το ίδιο μέτρο με το $\vec{\beta} = (4, -3)$ και είναι αντίρροπο με το $\vec{\gamma} = (1, \sqrt{3})$.

6. Δίνονται τα σημεία $A(1, 2)$, $B(-3, 4)$ και $\Gamma(5, 1)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες και τα μέτρα των διανυσμάτων \vec{AB} , \vec{AG} , \vec{BG} .

β) Να βρείτε το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB.

γ) Να βρείτε ένα σημείο του άξονα $x'x$ που να ισαπέχει από τα σημεία B και Γ.

7. Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ με τρεις κορυφές τα σημεία $A(1, 1)$, $\Gamma(4, 3)$ και $\Delta(2, 3)$.

α) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του ABΓΔ.

Μονάδες 9

β) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου τομής K των διαγωνίων ΑΓ και ΒΔ, καθώς και τις συντεταγμένες της κορυφής Β.

Μονάδες 16

8. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (8, x)$ και $\vec{\beta} = (x, 2)$. Να βρείτε την τιμή του x για την οποία τα διανύσματα είναι:

i) Συγγραμμικά

ii) ομόρροπα

iii) αντίρροπα

9. Δίνεται τρίγωνο με συντεταγμένες κορυφών $A(2,3)$, $B(4,-8)$ και $\Gamma(-6,2)$.

α) Να βρείτε το μήκος της διαμέσου AM .

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ ώστε να ισχύει $\vec{A\Delta} = \frac{2}{3} \vec{AM}$.

10. Θεωρούμε τα σημεία $A(1+2\alpha, 4\alpha-2)$ και $B(5\alpha+1, -\alpha)$, $\alpha \in \mathbb{Z}$.

α) Να γράψετε το $|\overline{AB}|$ συναρτήσει του α και να βρείτε το α ώστε $|\overline{AB}|=10$.

Μονάδες 12

β) Έστω $\alpha=2$. Να βρείτε σημείο M του άξονα $x'x$ ώστε το τρίγωνο MAB να είναι ισοσκελές με βάση την AB .

Μονάδες 13

11. Δίνονται τα σημεία $A(2,3)$, $B(-1,5)$ και $\Gamma(-2,-4)$.

α) Να αποδείξετε ότι σχηματίζουν τρίγωνο.

Μονάδες 8

β) Να βρείτε το συμμετρικό Δ του B ως προς το μέσο M της AG .

Μονάδες 10

γ) Τι σχήμα είναι το $AB\Gamma\Delta$; Να αιτιολογήσετε τον ισχυρισμό σας.

Μονάδες 7