

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ-ΣΥΝΘΗΚΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΙΑΣ

1. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ, Ε και Ζ του επιπέδου ώστε :
 $\vec{AD} + 3\vec{BD} - 2\vec{BA} + \vec{EB} = 3\vec{AZ}$. Να δείξετε ότι τα σημεία Δ, Ε, Ζ είναι
συνευθειακά.

2. Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ και Μ, Ν τα μέσα των ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα. Να
δείξετε ότι: $\vec{AD} + \vec{BG} = 2\vec{MN}$.

3. Σε τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε τη διάμεσο ΒΔ και παίρνουμε στη ΒΓ σημείο Ζ ώστε
 $\vec{BZ} = \frac{1}{3}\vec{BG}$. Αν Μ το μέσο της ΒΔ να δειχθεί ότι τα σημεία Α, Μ, Ζ είναι
συνευθειακά.

4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και σημεία Δ και Ε του επιπέδου τέτοια, ώστε $\vec{AD} = 2\vec{AB} + 5\vec{AG}$
και $\vec{AE} = 5\vec{AB} + 2\vec{AG}$

α) Να γράψετε το διάνυσμα \vec{DE} ως γραμμικό συνδυασμό των \vec{AB} και \vec{AG} .
(Μονάδες 13)

β) Να δείξετε ότι τα διανύσματα \vec{DE} και \vec{BG} είναι παράλληλα.
(Μονάδες 12)

5. Αν για τα σημεία Α, Β, Γ ισχύει η σχέση: $\vec{AB} + 2\vec{BG} + 3\vec{GA} = \vec{0}$ να δείξετε ότι τα
Α, Β, Γ είναι συνευθειακά.

6. Αν για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ ισχύει $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$ να δείξετε ότι τα μη
συγγραμμικά διανύσματα $\vec{x} = 3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} - \vec{\gamma}$, $\vec{y} = 4\vec{\alpha} + 5\vec{\beta} + 2\vec{\gamma}$ και
 $\vec{\omega} = 2\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} + 8\vec{\gamma}$ σχηματίζουν τρίγωνο.

7. Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ και τυχαίο σημείο Ο. Αν $\vec{OA} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta} + 5\vec{\gamma}$,
 $\vec{OB} = -\vec{\alpha} + 3\vec{\beta} + 4\vec{\gamma}$ και $\vec{OG} = 3\vec{\alpha} + \vec{\beta} + 6\vec{\gamma}$, τότε:

α) να εκφράσετε τα διανύσματα \vec{AB}, \vec{AG} συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$
(Μονάδες 13)

β) να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά.
(Μονάδες 12)

8. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ε, Ζ σημεία τέτοια ώστε: $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5} \cdot \overrightarrow{AD}$

και $\overrightarrow{AZ} = \frac{2}{7} \cdot \overrightarrow{AG}$

α) Να γράψετε τα διανύσματα \overrightarrow{EZ} και \overrightarrow{ZB} ως γραμμικό συνδυασμό των \overrightarrow{AB} και \overrightarrow{AD} . (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Β, Ζ και Ε είναι συνευθειακά. (Μονάδες 12)

9. Θεωρούμε τα σημεία Ρ, Λ, Κ και Μ του επιπέδου για τα οποία ισχύει η σχέση $5\overrightarrow{PL} = 2\overrightarrow{PK} + 3\overrightarrow{PM}$

α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Κ, Λ και Μ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 10)

β) Για τα παραπάνω σημεία Κ, Λ και Μ να δείξετε ότι ισχύει $2\overrightarrow{AL} + 3\overrightarrow{BL} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BK}$, όπου Α και Β είναι σημεία του επιπέδου.

(Μονάδες 15)

10. Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{AD} = \vec{\beta}$. Θεωρούμε σημεία Ε, Ζ στην ΑΔ και τη διαγώνιο ΑΓ αντίστοιχα, ώστε $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ και $\overrightarrow{AZ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AG}$. Να αποδείξετε ότι:

α) $\overrightarrow{AZ} = \frac{1}{4}(\vec{\alpha} + \vec{\beta})$ (Μονάδες 8)

β) $\overrightarrow{EZ} = \frac{1}{4}\left(\vec{\alpha} - \frac{1}{3}\vec{\beta}\right)$ και να υπολογίσετε με τη βοήθεια των $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ το \overrightarrow{EB} .

(Μονάδες 12)

γ) τα σημεία Ε, Ζ, Β είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 5)