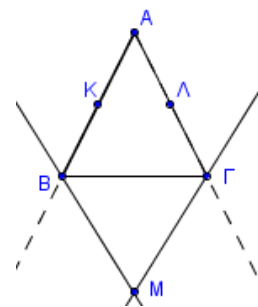


ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Οι διχοτόμοι των εξωτερικών γωνιών B και Γ τέμνονται στο σημείο M και K, Λ είναι αντίστοιχα τα μέσα των AB και $A\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο $BM\Gamma$ είναι ισοσκελές με $MB = M\Gamma$. (Μονάδες 12)
- β) $MK = M\Lambda$ (Μονάδες 13)

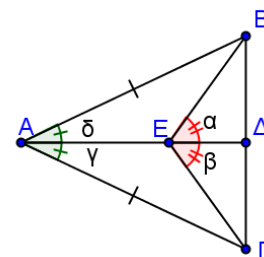


ΘΕΜΑ 2^ο

Αν για το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) του σχήματος

ισχύουν $\alpha = \hat{\beta}$ και $\gamma = \delta$, να γράψετε μια απόδειξη για καθέναν από τους παρακάτω ισχυρισμούς:

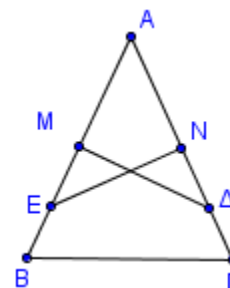
- α) Τα τρίγωνα AEB και $A\Gamma E$ είναι ίσα. (Μονάδες 8)
- β) Το τρίγωνο ΓEB είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
- γ) Η ευθεία $A\Delta$ είναι μεσοκάθετος του τμήματος $B\Gamma$. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και $M\Delta, NE$ οι μεσοκάθετοι των πλευρών του $AB, A\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- α) Αν $M\Delta = NE$ τότε το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 12)
- β) Αν $AB = A\Gamma$ τότε $M\Delta = NE$. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται γωνία xOy και η διχοτόμος της $O\delta$. Θεωρούμε σημείο M της $O\delta$ και σημεία A και B στις ημιευθείες Ox και Oy αντίστοιχα, τέτοια, ώστε $OA = OB$. Να αποδείξετε ότι:

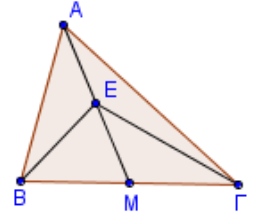
- α) $MA = MB$ (Μονάδες 15)
- β) Η $O\delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας AMB .

ΘΕΜΑ 5^ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και E το μέσο της διαμέσου του AM . Αν $B\Gamma = 2BE$,
να αποδείξετε ότι:

α) $\angle AEB = \angle EM\Gamma$ (Μονάδες 12)

β) $AB = E\Gamma$. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 6^ο

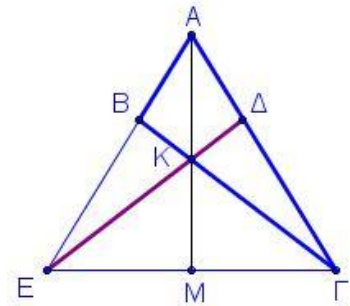
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Στην προέκταση της
 AB (προς το B) θεωρούμε σημείο E έτσι ώστε $AE = A\Gamma$. Στην
πλευρά $A\Gamma$ θεωρούμε σημείο Δ έτσι ώστε $A\Delta = AB$.
Αν τα τμήματα ΔE και $B\Gamma$ τέμνονται στο K και η προέκταση της
 AK τέμνει την $E\Gamma$ στο M , να αποδείξετε ότι:

α) $B\Gamma = \Delta E$ (Μονάδες 6)

β) $BK = K\Delta$ (Μονάδες 7)

γ) Η AK είναι διχοτόμος της γωνίας A . (Μονάδες 6)

δ) Η AM είναι μεσοκάθετος της $E\Gamma$. (Μονάδες 6)



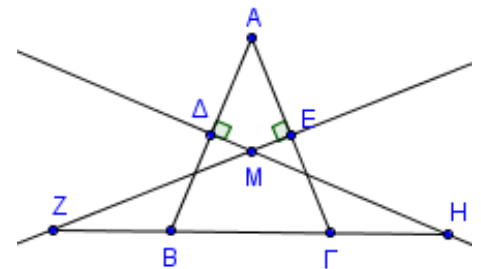
ΘΕΜΑ 7^ο

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Οι μεσοκάθετοι
των ίσων πλευρών του τέμνονται στο M και προεκτεινόμενες
τέμνουν τη βάση $B\Gamma$ στα Z και H .

α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΔBH και $EZ\Gamma$.

(Μονάδες 15)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο MZH είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 8^ο

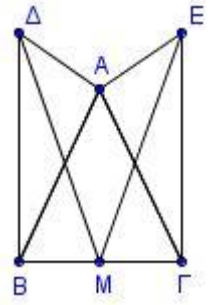
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) . Στα σημεία B και Γ της

$B\Gamma$ φέρουμε προς το ίδιο μέρος της $B\Gamma$ τα τμήματα $B\Delta \perp B\Gamma$ και

$\Gamma E \perp B\Gamma$ τέτοια, ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Αν M το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $B\Delta M$ και $\Gamma E M$ είναι ίσα, (Μονάδες 12)

β) $A\Delta = A E$. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 9^ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο KAB ($KA=KB$) και $K\Gamma$ διχοτόμος της γωνίας \hat{K} . Στην προέκταση της BA (προς το A) παίρνουμε σημείο Λ και στην προέκταση της AB (προς το B) παίρνουμε σημείο M , έτσι ώστε $A\Lambda=BM$. Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο $K\Lambda M$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 12)

β) η $K\Gamma$ είναι διάμεσος του τριγώνου $K\Lambda M$ (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 10^ο

Δίνεται οξεία γωνία $xO\psi$ και δύο ομόκεντροι κύκλοι (O, ρ_1)

και (O, ρ_2) με $\rho_1 < \rho_2$, που τέμνουν την Ox στα σημεία K, A

και την $O\psi$ στα Λ, B αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) $A\Lambda = BK$ (Μονάδες 8)

β) Το τρίγωνο APB είναι ισοσκελές, όπου P το σημείο τομής των $A\Lambda, BK$. (Μονάδες 8)

γ) Η OP διχοτομεί τη γωνία $xO\psi$. (Μονάδες 9)

