

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1^ο
ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Θ Ε Μ Α Α

A1. Πότε μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού A ονομάζεται 1-1.

(Μονάδες 8)

A2. Πότε μια συνάρτηση f ονομάζεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ .

(Μονάδες 7)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Κάθε 1-1 συνάρτηση είναι και γνησίως μονότονη.

β. Μια συνάρτηση ονομάζεται γνησίως αύξουσα στο A , αν για κάθε $x_1, x_2 \in A$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$

γ. Δυο συναρτήσεις f, g θα είναι ίσες όταν υπάρχουν κάποια $x \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει $f(x) = g(x)$.

δ. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = |x|$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

ε. Αν η f έχει αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} και η γραφική παράσταση της f έχει κοινό σημείο A με την ευθεία $y = x$, τότε το A ανήκει και στην γραφική παράσταση της f^{-1} .

(Μονάδες 10)

Θ Ε Μ Α Β

Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με τύπους $f(x) = 1 + \ln(\sqrt{x-1} + 1)$ και $g(x) = x^2 + 1$.

B1. Να βρείτε την συνάρτηση $g \circ f$.

(Μονάδες 10)

B2. Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται.

(Μονάδες 7)

B3. Να λύσετε την εξίσωση $f^{-1}(x-2) = 5$.

(Μονάδες 8)

Θ Ε Μ Α Γ

Η γραφική παράσταση μιας γνησίως μονότονης συνάρτησης $f : R \rightarrow R$ διέρχεται από τα σημεία $A(3,2)$ και $B(5,9)$.

Γ1. Να βρείτε το είδος της μονοτονίας της f .

(Μονάδες 4)

Γ2. Να ορίσετε, αν ορίζεται την συνάρτηση f^{-1} .

(Μονάδες 7)

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση: $f\left(2 + f^{-1}(x^2 + x)\right) = 9, x \in R$

(Μονάδες 7)

Γ4. Να λύσετε την ανίσωση: $f\left(f^{-1}(x^2 - 8x) - 2\right) < 2, x \in R$

(Μονάδες 7)

Θ Ε Μ Α Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^x + \ln x - 1$.

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

(Μονάδες 2)

Δ2. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της.

(Μονάδες 7)

Δ3. Να λύσετε την εξίσωση : $e^{x^2} - \ln(x+2) = e^{x+2} - \ln x^2$

(Μονάδες 8)

Δ4. Να λύσετε την ανίσωση: $e^{2x} - \ln(x^2 - 3) > e^{x^2-3} - \ln 2x$

(Μονάδες 8)