

1. Δίνεται η παράσταση $A = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x-1} + \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x-3}$.

α) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση A .

β) Αν $1 < x < 2$ να αποδείξετε ότι η παράσταση A είναι σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του x .

2. Αν $-1 < x < 2$ να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = |x+1| + |x-2| + |x+2| + |x-3|$$

$$B = 6|2x+3| + 3|4x-9|$$

3. Στον άξονα των πραγματικών αριθμών τα σημεία A , B και M που αντιστοιχούν στους αριθμούς -3 , 8 και x . Αν το M βρίσκεται ανάμεσα στα A και B :

α) Να εξηγήσετε γεωμετρικά την έννοια των παραστάσεων:

$$A = |x+3|, \quad B = |x-8| \quad \text{και} \quad \Gamma = |x+3| + |x-8|$$

β) Να βρείτε γεωμετρικά την τιμή της παράστασης $\Gamma = |x+3| + |x-8|$

γ) Να βρείτε αλγεβρικά την τιμή της παράστασης $\Gamma = |x+3| + |x-8|$.

4. Αν είναι $A = \sqrt{7} - \sqrt{5}$ και $B = \sqrt{7} + \sqrt{5}$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $A \cdot B = 2$

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A^2 + B^2$

5. Να αποδείξετε τις παρακάτω ισότητες:

α) $\sqrt{8} - \sqrt{27} - \sqrt{18} + \sqrt{12} - \sqrt{200} = -(11\sqrt{2} + \sqrt{3})$

β) $\sqrt{20} - \sqrt{32} + 2\sqrt{45} - 3\sqrt{50} = 8\sqrt{5} - 19\sqrt{2}$

γ) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{3}+1} = 4$

δ) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{4+\sqrt{7}} \cdot \sqrt[3]{4-\sqrt{7}} = 3$

6. Δίνεται ένας πραγματικός αριθμός x που επαληθεύει τη σχέση $d(x,3) \leq 5$.

α) Να αποδώσετε την παραπάνω σχέση λεκτικά και να την γράψετε με το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

β) Με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών να παραστήσετε σε μορφή διαστήματος το σύνολο των δυνατών τιμών του x .

γ) Με χρήση του συμπεράσματος του ερωτήματος (β) να αποδείξετε ότι:

$$|x+2| + |x-18| = 20$$

7. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{2}{\sqrt{2}}$

β) $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

γ) $\frac{7}{2 - 3\sqrt{2}}$

8. Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt{1-x} - \sqrt[4]{x^4}$.

α) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση A .

β) Αν $x = -3$ να αποδείξετε ότι: $A^3 + A^2 + A + 1 = 0$