Θαλής Β' Γυμνασίου 2005-2006

1. Να υπολογιστεί το 3,6% του αριθμού: $A=\dfrac{3+\dfrac{4,2}{0,1}}{\left(\dfrac{1}{0,3}-\dfrac{7}{3}\right)\cdot 0,3125}$.

2. Ο Γιώργος πήγε στο βιβλιοπωλείο έχοντας 20€. Στο μαγαζί υπάρχουν δύο είδη μολυβιών. Η εξάδα του πρώτου είδους κόστιζε 1,17€ ενώ η εξάδα του δεύτερου είδους κόστιζε 1,60€.

Πόσες εξάδες κάθε κατηγορίας πρέπει ν' αγοράσει ο Γιώργος έτσι ώστε να πάρει τα λιγότερα ρέστα;

3. Για ποια ψηφία α και β διαιρείται δια του 45 ο αριθμός του οποίου η παράσταση στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης είναι 6α12β;

4. Έστω $x\hat{O}y$ μια γωνία 70°, ΟΑ μια ημιευθεία που είναι κάθετη επί της Οx και ΟΒ μια ημιευθεία που είναι κάθετη επί της Οy.

Να υπολογιστούν τα μέτρα των γωνιών $A\hat{O}B$, $A\hat{O}y$, και $B\hat{O}x$.

Θαλής Γ' Γυμνασίου 2005-2006

1. Έστω $α=β+2005$. Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$Α =-3\ [2(α+2β)-2(3β-2α)-4β] +19(α-β)$.

2. Να βρείτε το μικρότερο θετικό πολλαπλάσιο του 2005, το οποίο διαιρούμενο δια του 2001 αφήνει υπόλοιπο 12.

3. Να βρεθεί ο μικρότερος θετικός ρητός αριθμός του οποίου το 33% καθώς και το 15% είναι ακέραιος.

4. Είναι δυνατόν να υπάρχουν στο εσωτερικό ενός κυρτού τετραπλεύρου δύο διαφορετικά σημεία από το καθένα από τα οποία όλες οι πλευρές του τετραπλεύρου να φαίνονται από ίσες γωνίες;

Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

Θαλής Α' Λυκείου 2005-2006

1. Να αποδειχθεί ότι ο αριθμός $2003 \cdot 2005^3 - 2004 \cdot 2002^3$ είναι κύβος ακεραίου αριθμού.

2. Να απλοποιηθεί η παράσταση

$$\sqrt{13+30\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}$$

3. Να αναλυθεί το πολυώνυμο

$$x^6 - 2x^5 + x^2 - x - 2$$

σε γινόμενο τριών πολυωνύμων θετικού βαθμού.

4. Να αποδειχθεί ότι αν η ευθεία που ενώνει τα μέσα των δυο απέναντι πλευρών ενός κυρτού τετραπλεύρου διαιρεί το τετράπλευρο σε δυο ισεμβαδικά τετράπλευρα, τότε το τετράπλευρο είναι τραπέζιο.

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
67ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΘΑΛΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 9 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2006

Β΄ τάξη Λυκείου

1. Να εξετάσετε αν η εξίσωση $x^2-(2006\kappa+1)x+2007=0$ όπου $\kappa\in\mathbb{Z}$, έχει δύο ακέραιες ρίζες.

2. Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με ΑΒ = 4, ΒΓ = 2 και σημείο Μ στο εσωτερικό του με ΜΓ = 1 και ΜΒ = $\sqrt{3}$. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΜΑΒ.

3. Έστω $\kappa=2+2^2+2^3+\ldots+2^{2008}$. Να αποδείξετε ότι ο 30 διαιρεί τον κ.

4. α) Να αποδείξετε ότι : $\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}>\sqrt[3]{19}$
   β) Να λύσετε την εξίσωση:
$$2^{-1}x+x^{-1}=\frac{\sqrt[3]{38}}{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}}.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Θαλής Γ' Λυκείου 2005-2006

1. Έστω k μη μηδενικός πραγματικός αριθμός και (a_v) μια ακολουθία θετικών αριθμών τέτοιων ώστε να ισχύει

$$(a_{v+1})^2 + a_{v+1} = k((a_v)^2 + a_v) + (k-1)a_{v+1}a_v$$

για κάθε ν θετικό ακέραιο. Να αποδειχτεί ότι η ακολουθία (a_v) είναι γεωμετρική πρόοδος.

2. Για ακέραιους m και n, να αποδειχτεί ότι αν ο αριθμός $m^2 + 28\,mn + n^2$ διαιρείται δια του 13, τότε ο αριθμός $m^3 + n^3$ διαιρείται δια του 13.

3. Έστω $X\hat{O}Y$ μια κυρτή γωνία, P εσωτερικό σημείο της και C ο κύκλος που διέρχεται από τα σημεία O, P και τέμνει τις OX, OY, αντίστοιχα, στα σημεία A και B διαφορετικά από το O. Να αποδειχτεί ότι ο λόγος

$$\frac{AB}{PA+PB}$$

είναι σταθερός για οποιαδήποτε θέση του κύκλου C.

4. Για πραγματικούς αριθμούς α, β, γ, x τέτοιους ώστε $\alpha<\beta$, $\gamma<x$, $x>\frac{\alpha+\gamma}{2}$, να αποδειχτεί ότι

$$\frac{x-\gamma}{\beta-\alpha}+\frac{x-\alpha}{\beta-\gamma}+\frac{\beta-x}{2x-\alpha-\gamma}\geq\frac{3}{2}.$$