



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
65^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2004

Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 2^3 \cdot 5^3 + 2004 : 4 + (3^2 - 4) \cdot 100 + 3$$

Μονάδες 5

2. Ένας τετραψήφιος αριθμός K έχει όλα τα ψηφία του ίσα και το άθροισμα των ψηφίων του είναι 20.

(α) Να βρεθεί ο αριθμός K

Μονάδες 2

(β) Να βρεθεί δεκαδικός αριθμός a και φυσικός αριθμός v τέτοιοι ώστε να ισχύει:

$$K = a \cdot 10^v, \text{ με } 1 \leq a < 10.$$

Μονάδες 3

3. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία $M\Lambda$ είναι κάθετη προς την πλευρά $B\Gamma$ στο μέσον της M . Επιπλέον δίνονται: $M\Gamma = 5\text{cm}$, $\widehat{M\Lambda\Gamma} = 45^\circ$, $\widehat{A\Lambda B} = 30^\circ$ και το εμβαδόν E του τριγώνου $AB\Gamma$ ίσο με 35cm^2 .

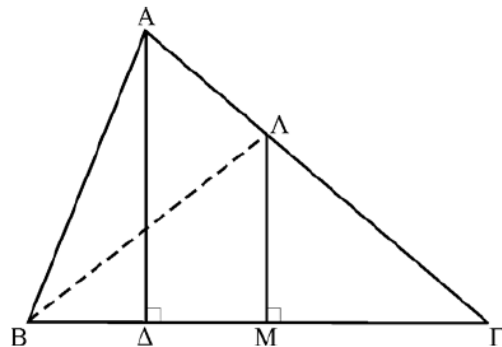
Να βρείτε

(α) τις γωνίες \hat{A} , \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$ και

Μονάδες 3

(β) το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$

Μονάδες 2



4. Η τιμή του πετρελαίου στη Ν. Υόρκη ένα χρόνο πριν στις 30-10-2003 ήταν 32 δολάρια το βαρέλι, ενώ σήμερα είναι 54,4 δολάρια το βαρέλι.

(α) Πόσο τις εκατό έχει αυξηθεί η τιμή του βαρελιού σε σχέση με την τιμή που είχε ένα χρόνο πριν;

Μονάδες 2

(β) Πόσα δολάρια πρέπει να μειωθεί η τιμή του βαρελιού μέχρι την 30-11-2004 έτσι ώστε η τιμή που θα έχει τότε να είναι αυξημένη κατά 40% σε σχέση με την τιμή που είχε στις 30-10-2003;

Μονάδες 3

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
 65^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”
 ΣΑΒΒΑΤΟ, 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2004

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

1. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{\left(-\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 5^2 - 3^2 + x}{\left[1 - (-1)^{2005}\right]^0}$, $B = \frac{\left[(-2)^3 + (-1)^3\right] + \frac{x}{2}}{9}$

Αν είναι $A = 6B$, να προσδιορίσετε την τιμή του x .

Μονάδες 5

2. Στο διπλανό σχήμα το σημείο M είναι μέσον της πλευράς $B\Gamma$ και η μεσοκάθετη της $B\Gamma$ τέμνει τη $A\Gamma$ στο Λ .

Επίσης δίνονται:

$$\widehat{M\Lambda\Gamma} = 45^\circ, \widehat{A\hat{B}\Lambda} = 30^\circ, \Lambda\Gamma = \kappa.$$

Να βρείτε :

- (α) τις γωνίες $\hat{A}, \hat{B}, \hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

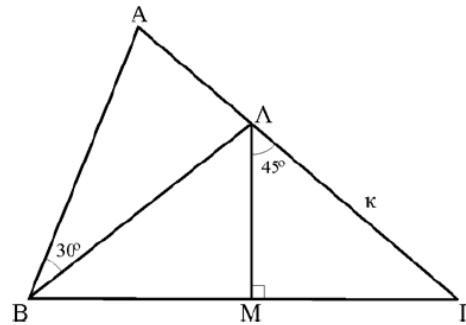
(Μονάδες 2)

- (β) τις πλευρές $AB, B\Gamma, \Gamma A$ συναρτήσει του κ .

- (γ) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 2)

(Μονάδες 1)



3. Μία εταιρεία χρησιμοποίησε 20 εργάτες επί 6 μήνες, εργαζόμενους 8 ώρες το 24ωρο, για να τελειώσει το μισό ενός έργου. Επειδή το υπόλοιπο του έργου πρέπει να τελειώσει σε 2 μήνες η εταιρεία αποφάσισε να προσλάβει και άλλους εργάτες, της ίδιας απόδοσης ανά ώρα, οι οποίοι θα δουλεύουν δεύτερη βάρδια επί 10 ώρες το 24ωρο, ενώ οι υπάρχοντες εργάτες θα δουλεύουν όπως και πριν. Πόσους επιπλέον εργάτες πρέπει να προσλάβει η εταιρεία ώστε να τελειώσει το έργο ακριβώς σε δύο μήνες;

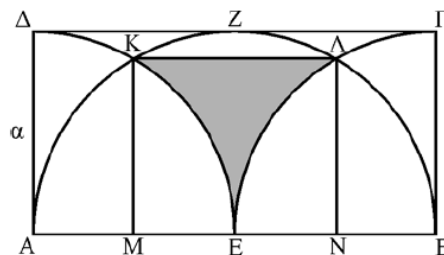
Μονάδες 5

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB=2A\Delta=2\alpha$, τα μέσα E και Z των AB και $\Gamma\Delta$, αντίστοιχα, και οι τρεις κύκλοι με κέντρα A, E και B και ακτίνας α , που τέμνονται μέσα στο ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ στα σημεία K και Λ . Να βρείτε :

- (α) το εμβαδόν του τριγώνου KAE *(Μονάδες 1)*

- (β) το εμβαδόν του τετραπλεύρου $K\Lambda N M$, όπου M μέσον της AE και N μέσον της EB *(Μονάδες 1)*

- (γ) το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου γραμμοσκιασμένου τριγώνου $E\hat{K}\Lambda$. *(Μονάδες 3)*



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34

106 79 ΑΘΗΝΑ

Τηλ. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY

34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street

GR. 106 79 - Athens - HELLAS

Tel. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
65^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2004

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Το τετράγωνο ενός αριθμού x ισούται με το διπλάσιο του αριθμού αυξημένο κατά 8. Επιπλέον το διπλάσιο του αριθμού είναι μεγαλύτερο του -2 .
Να βρεθεί ο αριθμός x .

Μονάδες 5

2. Αν το τετράγωνο του αθροίσματος των πραγματικών αριθμών x, y και z ισούται με το τριπλάσιο του αθροίσματος των τετραγώνων τους και επιπλέον ισχύει $x + 2y + 3z = 60$, να βρείτε τους αριθμούς x, y και z .

Μονάδες 5

3. Θεωρούμε τραπέζιο $ABΓΔ$ με $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$, $ΑΔ = a$, $ΒΓ = 2a$ και $ΓΔ = \frac{3a}{2}$, του οποίου οι μη παράλληλες πλευρές τέμνονται στο E .

(α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ΒΔΓ$ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 1

(β) Να αποδείξετε ότι η $ΔΑ$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{ΒΔΕ}$.

Μονάδες 2

(γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου $ABΓΔ$ και το λόγο $\frac{E(EBΓ)}{E(ABΓΔ)}$.

Μονάδες 2

4. Οι θετικοί ακέραιοι x, y με $x > y$ είναι τέτοιοι ώστε

$$x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 = 49(x - y).$$

Να προσδιορίσετε τους αριθμούς x, y .

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
65^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2004

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma=2AB$ η διχοτόμος $B\Delta$ ισούται με το ευθύγραμμο τμήμα $\Delta\Gamma$.
Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 5

2. (α) Αν για τους ακέραιους a, b αληθεύει η ισότητα

$$a + a^2 + a^4 = b + b^2 + b^4,$$

τότε να αποδείξετε ότι $a = b$.

Μονάδες 3

- (β) Αφού επαληθεύσετε ότι η εξίσωση $x + x^2 + x^4 = 22$ έχει ως λύση τον ακέραιο αριθμό 2, να αποδείξετε ότι η εξίσωση δεν μπορεί να έχει άλλη ακέραια λύση.

Μονάδες 2

3. Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$, το ύψος του $A\Delta$ και την εξωτερική διχοτόμο της γωνίας A η οποία τέμνει την προέκταση της πλευράς $B\Gamma$ στο E . Φέρουμε τη BZ κάθετη προς την AE και την EH κάθετη προς την AG .

(α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ, Z και H είναι συνευθειακά.

Μονάδες 2

(β) Αν είναι $\hat{B} = \hat{\Gamma} + 30^\circ$, να βρείτε τη γωνία $\widehat{AH\Delta}$.

Μονάδες 3

4. Να βρεθούν οι θετικοί ακέραιοι x, y για τους οποίους ο αριθμός

$$A = x^2 + y^2 + 1 - 2xy + x - y$$

είναι τέλειο τετράγωνο και επιπλέον ισχύει $x^2 + y^2 < 12$.

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
65^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2004

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Να λυθεί στους πραγματικούς αριθμούς η εξίσωση
$$(x^2 - 1)(x^2 - 3)(x^2 - 2)^2 = 72$$

Μονάδες 5

2. Να βρεθούν οι θετικοί ακέραιοι x, y για τους οποίους ισχύει ότι
$$9(x^2 + y^2) + 10xy = 177 + x^2y^2$$

Μονάδες 5

3. Δίνεται ο αριθμός

$$S(v) = 1^5 + 2^5 + \dots + v^5, v \in \mathbb{N}^*$$

Να προσδιορίσετε τους αριθμούς v για τους οποίους ισχύει ότι : $(v+1) \mid S(v)$

Μονάδες 5

4. Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$, τη διχοτόμο του BE , το μέσο M της $E\Gamma$ και σημείο K της πλευράς AB τέτοιο ώστε η διχοτόμος BE να τέμνει τη MK στο μέσο της O .

Να αποδείξετε ότι $\widehat{BO\Gamma} > 90^\circ$.

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ