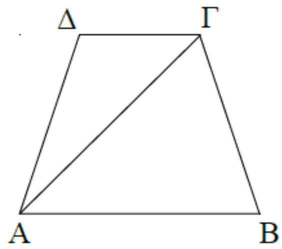
Θαλής Β' Γυμνασίου 2003-2004

1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 2415 - 4\cdot 10^2 + 2003^0 - 2\cdot 3^2 + 2.$$

2. Αν παρατάξουμε τους μαθητές ενός Γυμνασίου σε τριάδες περισσεύουν 2. Αν τους παρατάξουμε σε τετράδες ή σε πεντάδες επίσης περισσεύουν 2.

Να προσδιορίσετε τον αριθμό των μαθητών, αν γνωρίζουμε ότι είναι τριψήφιος με άθροισμα ψηφίων 5.



3. Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) του σχήματος δίνονται $B\hat{A}\Delta = A\hat{B}\Gamma$ και ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΓΔ είναι ισοσκελή με ΑΒ=ΑΓ και ΑΔ=ΓΔ.

α) Να αποδείξετε ότι η ΑΓ διχοτομεί τη γωνία $B\hat{A}\Delta$.

β) Να υπολογιστεί η γωνία ω.

4. Η τιμή ενός προϊόντος αυξήθηκε το 2001 (από 1 -1-2001 μέχρι 31-12-2001) κατά 20%. Στη συνέχεια το 2002 μειώθηκε κατά 10%, ενώ το 2003 αναμένεται αύξηση κατά 25%.

α) Να προσδιορίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό, της μεταβολής της τιμής του προϊόντος κατά την τριετία από 1-1-2001 μέχρι 31-12-2003.

β) Αν η τιμή του προϊόντος ήταν 1,60 € την 1 -1-2001, ποια θα είναι η τιμή του την 31-12-2003;

Θαλής Γ' Γυμνασίου 2003-2004

1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A=2003-\frac{6-10x+2(4x-y-3)}{3(x-z)+3(y+z)}-2\left(x+\frac{1}{3}\right)-2y$$

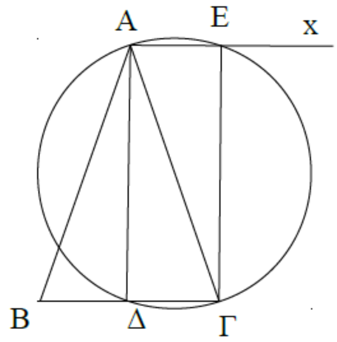
αν x+y=2003.

2. Οι αριθμοί x και y είναι ανάλογοι προς τον αριθμητή και τον παρονομαστή, αντίστοιχα, του κλάσματος που προκύπτει από τη μετατροπή σε κλασματική μορφή του δεκαδικού αριθμού α=4,333.... Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $B=\frac{6x-5y}{6x+5y}-\frac{21}{31}$.

3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Με διάμετρο την πλευρά ΑΓ γράφουμε κύκλο που τέμνει την πλευρά ΒΓ στο Δ. Φέρνουμε ακόμα την Α x□ΑΔ που τέμνει τον κύκλο στο Ε.

α) Να αποδείξετε ότι το ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου ΑΒΓ.

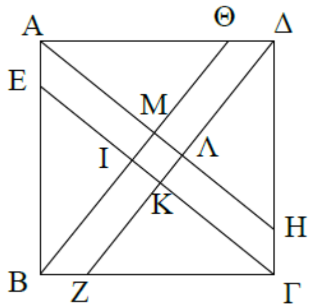
β) Να συγκρίνετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ προς το εμβαδό του τετραπλεύρου ΑΔΓΕ.



4. Στο σχήμα το τετράγωνο ΑΒΓΔ έχει πλευρά ΑΒ=4α και ΑΕ=ΒΖ=ΓΗ=ΔΘ=α. Το τετράπλευρο ΙΚΛΜ είναι τετράγωνο. Να υπολογίσετε:

1) Την ΑΗ ως συνάρτηση του α.

2) Το εμβαδό του τετραγώνου ΙΚΛΜ ως συνάρτηση του α.



Θαλής Α' Λυκείου 2003-2004

1. Το τετράγωνο ενός αριθμού ισούται με τον αριθμό αυξημένο κατά 72. Επιπλέον, αν από το 60 αφαιρέσουμε το διπλάσιο του αριθμού, λαμβάνουμε αριθμό μικρότερο του 52.

Να βρεθεί ο αριθμός.

2. Αν x, y, α, b είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί τέτοιοι ώστε $x \neq y$, $x \neq 2y$, $y \neq 2x$, $a \neq \pm 3b$ και $\frac{2x-y}{a+3b}=\frac{2y-x}{a-3b}=\lambda$, να αποδείξετε ότι:

α) $x + y = 2\lambda a$ και $x - y = 2\lambda b$

β) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} \geq 1$

3. Σε τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ||ΓΔ) οι διαγώνιες τέμνονται στο Ε. Αν είναι (ΑΒΕ) = 72 m^2 και (ΓΔΕ) = 50 m^2, να υπολογίσετε το εμβαδό του τραπεζίου ΑΒΓΔ.

4. Να βρεθούν οι ακέραιοι α, β για τους οποίους ισχύει η ισότητα

$$\alpha\beta^2 + 2\alpha\beta + \alpha = 2\beta^2 + 4\beta + 3$$

Θαλής Β' Λυκείου 2003-2004

1. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ και δυο τυχαία σημεία A_1 πάνω στην πλευρά ΒΓ και B_1 πάνω στην πλευρά ΑΓ. Ονομάζουμε C_1 και C_2 τους περιγεγραμμένους κύκλους των τριγώνων BA_1B_1, ΓA_1B_1, αντίστοιχα. Η ευθεία ΑΒ τέμνει τον C_1 στο Γ_1, ενώ η ευθεία Γ_1B_1 τέμνει τον C_2 στο Δ. Να αποδείξετε ότι τα ορθόκεντρα των τριγώνων$AB_1\Gamma_1$ και $\Delta B_1\Gamma$ είναι σημεία συνευθειακά με το B_1.

2. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = x^2 - kx + m,\ B = x^2 + mx - k,\ \Gamma = m^2x^2 + (k - 1)x + k,$$

με $k, m \in \mathbb{R}$ και $k + m \neq 0$. Αν είναι

$$A^2 + B^2 + \Gamma^2 = AB + B\Gamma + \Gamma A$$

να βρείτε την τιμή του x, την μέγιστη τιμή του k και την τιμή του m που αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή του k.

3. Σε αμβλυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} > 90^\circ$) φέρουμε ημιευθεία Αx κάθετη προς την πλευρά ΑΒ που τέμνει την πλευρά ΒΓ στο Δ. Από το Δ φέρουμε παράλληλη προς την ΑΓ που τέμνει την πλευρά ΑΒ στο Η και τη διάμεσο ΒΜ του τριγώνου ΑΒΓ στο Ε. Από το Ε φέρουμε παράλληλη προς την ΑΒ που τέμνει την ΒΓ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι:

α) η ΕΖ είναι διχοτόμος της γωνίας ΑΖΔ και

β) $\hat{\Gamma} = Z\hat{A}E$.

4. Από τους αριθμούς $x, y, z \in \mathbb{R}$ δύο είναι αρνητικοί και ένας είναι θετικός. Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{(x-y)(x^2-xy)^2}{yz}+\frac{(y-z)(y^2-yz)^2}{zx}+\frac{(z-x)(z^2-zx)^2}{xy}\geq 3(x-y)(y-z)(z-x)$$