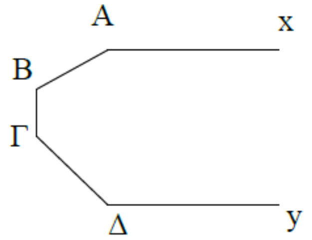
Θαλής Β' Γυμνασίου 1998-1999



1. Στο σχήμα είναι Αx//Δy.

Να υπολογιστεί το άθροισμα των γωνιών $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{\Gamma}$, $\hat{\Delta}$.

2. Ένα δοχείο, όταν είναι κατά 30% άδειο, περιέχει 20 λίτρα περισσότερο από την περίπτωση που θα ήταν κατά 30% γεμάτο.

Πόσα λίτρα περιέχει το δοχείο όταν είναι πλήρες;

3. Ν' αποδειχτεί ότι ο αριθμός

$$A=\frac{222223\cdot 444441\cdot 222220+222216}{222222^2}$$

είναι ακέραιος και να βρεθεί ο ακέραιος αυτός.

4. Ν' αποδειχτεί ότι ο αριθμός $A = 1998^2 - 1997^2 + 1996^2 - 1995^2 + \ldots + 2^2 - 1^2$ είναι πολλαπλάσιο του 1999.

Θαλής Γ' Γυμνασίου 1998-1999

1. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο διαιρείται σε 4 μικρότερα ορθογώνια παραλληλόγραμμα με δύο ευθείες παράλληλες προς τις πλευρές του. Τα τρία απ' αυτά τα τέσσερα ορθογώνια έχουν εμβαδά 10, 18, 25 cm^2 αντίστοιχα.

Να βρεθεί το εμβαδό του τέταρτου ορθογωνίου.

2. Να αποδειχτεί ότι ο αριθμός $A=\frac{333334\cdot 666663\cdot 333331+333327}{333333^2}$ είναι ακέραιος και να βρεθεί ο ακέραιος αυτός.

3. Διαθέτουμε 1 κόκκινο, 2 μαύρους και 3 πράσινους βόλους.

Με πόσους τρόπους μπορούμε να τις τοποθετήσουμε σε 6 τρύπες που βρίσκονται σε ευθεία γραμμή και ισαπέχουν;

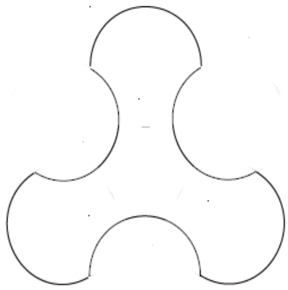
4. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορεί να γραφεί ο αριθμός 105 ως άθροισμα τουλάχιστον δύο θετικών διαδοχικών ακεραίων;

Θαλής Α' Λυκείου 1998-1999

1. Να βρεθούν όλες οι πραγματικές λύσεις της εξίσωσης

$$x^2+x=\frac{42}{x^2+x+1}$$

2. Μια περιοχή του επιπέδου περικλείεται από 6 ημικύκλια ακτίνας 1 cm όπως στο σχήμα. Ν υπολογισθεί το εμβαδόν της περιοχής αυτής.



3. Έστω ότι για θετικούς πραγματικούς αριθμούς α, β, γ ισχύει

$$\alpha\beta\left(\frac{\alpha+\beta}{2}-\gamma\right)+\beta\gamma\left(\frac{\beta+\gamma}{2}-\alpha\right)+\gamma\alpha\left(\frac{\gamma+\alpha}{2}-\beta\right)=0$$

Να αποδειχτεί ότι α = β = γ.

4. Να βρεθούν όλοι οι ακέραιοι αριθμοί ν για τους οποίους ο αριθμός 2ν + 1 διαιρεί τον αριθμό $\nu^2 + \nu - 2$.

Θαλής Γ' Λυκείου 1998-1999

1. Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΓ=ΒΓ) με περίκεντρο Ο και έγκεντρο Ι. Αν Δ είναι ένα σημείο της ΒΓ τέτοιο ώστε η ΔΟ να είναι κάθετος επί της ΒΙ, να αποδειχθεί ότι ΓΔ = ΔΙ.

2. Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο, να προσδιοριστεί η μέγιστη τιμή της παράστασης

$$K = \varepsilon\varphi\frac{A}{2}\varepsilon\varphi\frac{B}{2}\varepsilon\varphi\frac{\Gamma}{2}\ .$$

3. Για ποιούς θετικούς ακεραίους m και n, μεγαλύτερους του 1 ισχύει

$$2^{1999} + 3^{1999} = m^n\ ;$$

4. Είκοσι κληρονόμοι κάθονται σε ένα στρογγυλό τραπέζι για να μοιράσουν την κληρονομιά τους. Συμφωνούν να τη μοιράσουν με τέτοιο τρόπο ώστε ο καθένας να έχει τόσα χρήματα όσα είναι ο μέσος όρος των δυο διπλανών του.

Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η μοιρασιά;