

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω t_1, t_2, \dots, t_n οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n , που έχουν μέση τιμή \bar{x} . Σχηματίζουμε τις διαφορές $t_1 - \bar{x}, t_2 - \bar{x}, \dots, t_n - \bar{x}$. Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι ίσος με μηδέν. **Μονάδες 12**
- A2.** Αν x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n ($k \leq n$), να ορίσετε τη σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i , $i=1,2,\dots,k$. **Μονάδες 7**
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω ότι έχουμε ένα δείγμα μεγέθους n και ότι f_i , $i=1,2,\dots,k$, είναι οι αντίστοιχες σχετικές συχνότητες των τιμών x_i μιας μεταβλητής. Αν a_i είναι το αντίστοιχο τόξο ενός κυκλικού τμήματος στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, τότε: $a_i = 360f_i$, για $i=1,2,\dots,k$

β) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

γ) Η διακύμανση είναι μέτρο θέσης.

Μονάδες 6**ΘΕΜΑ Β**

Στον επόμενο πίνακα δίνονται οι τιμές x_i , $i=1,2,3,4$ μιας μεταβλητής X με αντίστοιχες συχνότητες v_i , $i=1,2,3,4$. Η συχνότητα v_2 που αντιστοιχεί στην τιμή $x_2=3$ είναι άγνωστη. Δίνεται ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι ίση με $\bar{x} = 4$.

x_i	v_i
2	6
3	;
5	3
8	4

- α.** Να αποδείξετε ότι $v_2 = 7$. **Μονάδες 9**
- β.** Να αποδείξετε ότι η διακύμανση των παρατηρήσεων είναι ίση με 4,9. **Μονάδες 8**
- γ.** Να εξετάσετε αν το δείγμα των τιμών της μεταβλητής X είναι ομοιογενές. Δίνεται ότι $\sqrt{4,9} \approx 2,2$. **Μονάδες 8**

ΘΕΜΑ Γ

Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 50% των παρατηρήσεων έχουν τιμή μεγαλύτερη του 20. Το 81,5% των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα (16,22) με άκρα του διαστήματος χαρακτηριστικές τιμές της κανονικής κατανομής $\bar{x} \pm 3s, \bar{x} \pm 2s, \bar{x} \pm s, \bar{x}$.

α. Να δείξετε ότι $\bar{x}=20$ και $s = 2$.

Μονάδες 12

β. Να βρείτε το $\alpha \in \mathbb{N}^*$, αν είναι γνωστό ότι στο διάστημα $(\bar{x} - \alpha \cdot s, \bar{x} + \alpha \cdot s)$

ανήκει το 95% περίπου των παρατηρήσεων.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ Δ

Οι απουσίες των μαθητών της Γ' τάξης ενός Ενιαίου Λυκείου κατά τους μήνες Ιανουάριο – Φεβρουάριο – Μάρτιο – Απρίλιο του έτους 2006 έχουν ομαδοποιηθεί σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους και εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα σχετικών συχνοτήτων:

Απουσίες μαθητών	Κέντρο κλάσης x_i	Σχετική συχνότητα f_i
[... – ...)	...	0,1
[... – 7)
[... – ...)	...	0,3
[... – ...)	10	...
Σύνολο	////////////////////////////////////	1

Αν επιπλέον δίνεται ότι η σχετική συχνότητα της 4^{ης} κλάσης f_4 είναι διπλάσια της σχετικής συχνότητας της 2^{ης} κλάσης f_2 , τότε:

α. Να αποδείξετε ότι το πλάτος c των κλάσεων ισούται

με 2.

Μονάδες 10

β. Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα σχετικών συχνοτήτων στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά, αφού υπολογίσετε τις αντίστοιχες τιμές.

Μονάδες 5

γ. i. Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{X} .

Μονάδες 4

ii. Να βρείτε την τυπική απόκλιση s .

Μονάδες 6

Δίνεται ο τύπος:

$$s^2 = \frac{1}{v} \left[\sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right]$$