

ΠΡΟΟΔΟΙ

1. Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $a_1=3$ και $\omega=7$.
 - α) Να βρείτε το πλήθος των n πρώτων όρων της προόδου που δίνουν άθροισμα ίσο με 679.
 - β) Ποιος θα είναι ο τελευταίος όρος σε αυτή την περίπτωση;
2. Σε μια γεωμετρική πρόοδο είναι $a_3=12$ και $a_8=384$. Να βρείτε:
 - α) Τον πρώτο όρο a_1 και το λόγο λ της προόδου.
 - β) Τον έκτο όρο a_6 της προόδου.
3. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta, \gamma \in R$ οι αριθμοί: $(\alpha + \beta)^2, \alpha^2 + \beta^2, (\alpha - \beta)^2$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.
4. Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος $-1, 2, -4, 8, \dots$ Να βρείτε:
 - α) Το άθροισμα των 6 πρώτων όρων της.
 - β) Πόσους διαδοχικούς όρους πρέπει να προσθέσουμε για να πάρουμε άθροισμα 85.
5. Ο νιοστός όρος μιας ακολουθίας είναι $a_n=-3n+13$.
 - α) Να βρείτε τον επόμενο όρο της a_{n+1} .
 - β) Να αποδείξετε ότι παριστάνει αριθμητική πρόοδο και να βρείτε τον a_1 και ω .
 - γ) Να βρείτε το άθροισμα των 30 πρώτων όρων της.
 - δ) Να βρείτε ποιος όρος της ισούται με -62.
6. Δίνεται η ακολουθία με γενικό όρο $a_n = 3 \cdot 2^n$.
 - α) Να βρείτε τον όρο a_{n+1} .
 - β) Να αποδείξετε ότι παριστάνει γεωμετρική πρόοδο και να βρείτε τον a_1 και λ .
 - γ) Να βρείτε ποιος όρος της ισούται με 3072.
7. Αν οι αριθμοί α, β, γ αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου, να αποδείξετε ότι οι αριθμοί $\frac{1}{\alpha - \beta}, \frac{1}{\alpha - \gamma}, \frac{1}{\alpha + \beta}$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.
8. Σε ένα ουρανοξύστη 17 ορόφων τα γραφεία του ίδιου ορόφου έχουν το ίδιο ενοίκιο. Κάθε γραφείο του πρώτου ορόφου κοστίζει 500€ το μήνα. Κάθε γραφείο ενός ορόφου ενοικιάζεται 28€ το μήνα ακριβότερα από ένα γραφείο του προηγούμενου ορόφου.
 - α) Ποιο είναι το μηνιαίο ενοίκιο του 5^{ου} ορόφου;
 - β) Πόσο ακριβότερο είναι ένα γραφείο του 15^{ου} ορόφου από ένα του 7^{ου} ορόφου;
 - γ) Σε πόσους ορόφους το ενοίκιο ξεπερνά τα 700€;
 - δ) Αν το πλήθος των γραφείων ενός ορόφου είναι μικρότερο κατά 2 από το πλήθος των γραφείων του αμέσως προηγούμενου ορόφου και ο 17^{ος} έχει 12 γραφεία, πόσα έχει ο 1^{ος};

9. Δίνονται οι αριθμοί $\alpha_1 = \sin 2\alpha$, $\alpha_2 = \sin^2 \alpha$, $\alpha_3 = 1$, όπου η γωνία α ικανοποιεί την σχέση $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

α) Να αποδείξετε ότι αυτοί οι αριθμοί με την σειρά που δίνονται αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

β) Να βρείτε την διαφορά ω αυτής της προόδου.

γ) Να βρείτε το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της προόδου.

(ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ 2001- 2002)

10. Ένας αριθμός βακτηριδίων τριπλασιάζεται σε αριθμό κάθε ώρα.

α) Αν αρχικά υπάρχουν 10 βακτηρίδια, να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων ύστερα από 6 ώρες.

β) Στο τέλος της έκτης ώρας ο πληθυσμός των βακτηριδίων ψεκάζεται με μια ουσία η οποία σταματά τον πολλαπλασιασμό τους και συγχρόνως προκαλεί καταστροφή $3^3 \cdot 10$ βακτηριδίων ανά ώρα.

i) Να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων που απομένουν 20 ώρες μετά τον ψεκασμό.

ii) Να βρείτε μετά από πόσες ώρες από την στιγμή του ψεκασμού θα καταστραφούν όλα τα βακτηρίδια.

(ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ 2000- 2001)

11. Μεταξύ των αριθμών 4 και 34 να παρεμβάλετε άλλους αριθμούς ώστε να δημιουργηθεί μια αριθμητική πρόοδος της οποίας να βρείτε το άθροισμα των 40 πρώτων όρων της S_{40} .

12. Δίνεται η ακολουθία με όρο $\alpha_n = 2n - 11$ και το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$.

α) Να αποδείξετε ότι είναι αριθμητική πρόοδος με $\alpha_1 = -9$ και $\omega = 2$.

β) Να βρείτε το άθροισμα $S = \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{14} + \dots + \alpha_{21}$ όπου $\alpha_{12}, \alpha_{13}, \dots, \alpha_{21}$ είναι όροι της ακολουθίας α_n .

γ) Να αποδείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης $P(x) = 0$ είναι διαδοχικοί όροι της παραπάνω προόδου α_n .

(ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ 2003- 2004)

13. Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος α_n για την οποία ισχύουν: $S_4 = 30$ και

$a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 480$. Να βρείτε τον α_1 και τον λ .