

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣΘΕΜΑ Α

A1. Για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω να αποδείξετε ότι:
 $P(A-B)=P(A)-P(A \cap B)$. (Μονάδες 12)

A2. Πότε δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω λέγονται ασυμβίβαστα;
(Μονάδες 5)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν το ενδεχόμενο A δεν είναι αδύνατο, αλλά ούτε και βέβαιο τότε $0 < P(A) < 1$

β. Αν A, B δύο ενδεχόμενα και $P(A) \leq P(B)$ τότε $A \subseteq B$.

γ. Το ενδεχόμενο $A-B$ πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιείται το B και δεν πραγματοποιείται το A .

δ. Το ενδεχόμενο A' πραγματοποιείται, όταν δεν πραγματοποιείται το A .
(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Β

Μια τράπεζα χορηγεί διαφόρων τύπων δάνεια στους πελάτες της. Αν επιλεγεί τυχαία κάποιος πελάτης η πιθανότητα να έχει πάρει μόνο στεγαστικό ή μόνο καταναλωτικό δάνειο είναι 0,7 ενώ η πιθανότητα να μην έχει πάρει κανένα από τα προηγούμενα δάνεια είναι 0,1.

B1. Να βρείτε την πιθανότητα ένας πελάτης να έχει πάρει και τα δύο δάνεια. Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα «έχει πάρει στεγαστικό» και «έχει πάρει καταναλωτικό» είναι ασυμβίβαστα.
(Μονάδες 15)

B2. Αν επιπλέον η πιθανότητα να έχει πάρει μόνο στεγαστικό είναι 0,6, να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

i) «Έχει πάρει καταναλωτικό»

ii) «Έχει πάρει μόνο καταναλωτικό»

(Μονάδες 10)

Θ Ε Μ Α Γ

Έστω δειγματικός χώρος $\Omega = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ για τον οποίο ισχύει

$$P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=2P(3)=2P(4)=2P(5)$$

Ορίζουμε τα ενδεχόμενα του Ω :

$$A = \{1, 3, x^2 - x - 3\}, \quad B = \{2, x + 1, 2x^2 + x - 2, -2x + 1\}$$

όπου x πραγματικός αριθμός.

Γ1. Να βρεθούν οι πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω , δηλαδή οι $P(-1)$, $P(0)$, $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, $P(4)$, $P(5)$.
(Μονάδες 7)

Γ2. Να βρείτε την μοναδική τιμή του x για την οποία ισχύει $A \cap B = \{-1, 3\}$.
(Μονάδες 8)

Γ3. Για $x = -1$ να δείξετε ότι:

$$P(A) = \frac{5}{11}, \quad P(B) = \frac{7}{11}, \quad P(A \cap B) = \frac{3}{11}$$

και στη συνέχεια να υπολογίσετε τις πιθανότητες $P(A - B)$ και $P(A \cup B')$.

(Μονάδες 10)

Θ Ε Μ Α Δ

Έστω A και B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω και p ένας πραγματικός αριθμός με $0 < p < 1$. Δίνεται ότι οι πιθανότητες $P(A)$, $P(A \cup B)$ και $P(A \cap B)$ είναι ανά δύο διαφορετικές μεταξύ τους και αποτελούν στοιχεία του συνόλου

$$\{p - 1, p, p + 1, p^2, p^3\}$$

Δ1. Να δείξετε ότι $P(A) = p^2$, $P(A \cup B) = p$, $P(A \cap B) = p^2$.
(Μονάδες 9)

Δ2. Να αποδείξετε ότι $P(B) = p^3 - p^2 + p$.
(Μονάδες 8)

Δ3. Να αποδείξετε ότι $P(B - A) > P(A - B)$.
(Μονάδες 8)