

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ $f(x) = a^x$, $a > 0$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1^η

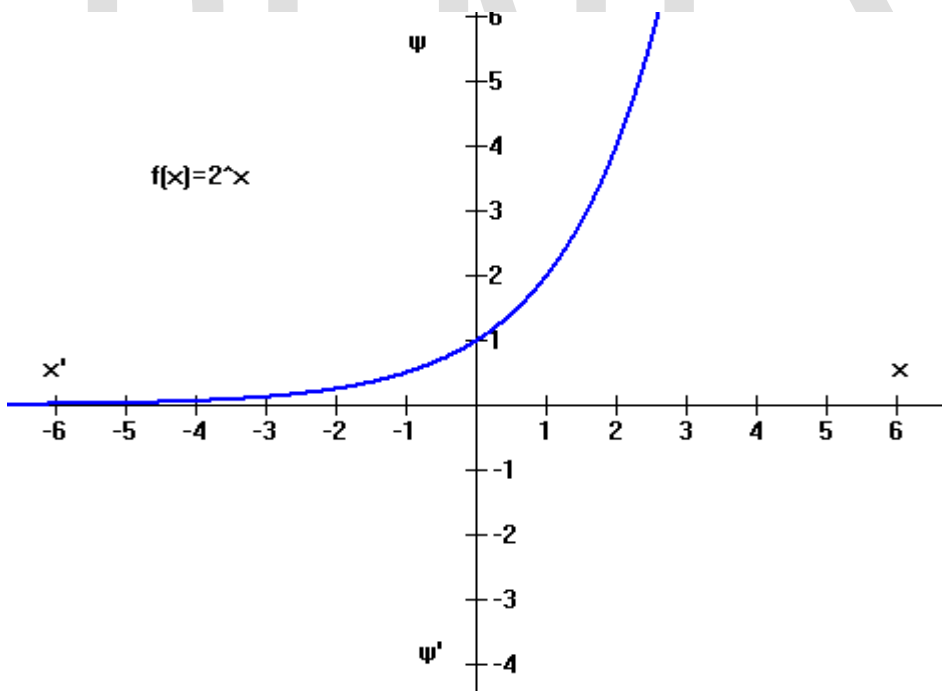
Ένας πληθυσμός μικροβίων διπλασιάζεται σε αριθμό κάθε μέρα. Αν σήμερα είναι 1 εκατομμύριο να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα που μας δείχνει το μέγεθος του πληθυσμού 4 μέρες πριν, 3 μέρες πριν.... μέχρι και 4 μέρες από σήμερα.

Χρονική στιγμή σε μέρες	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Μέγεθος του πληθυσμού σε εκατομμύρια					1				

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2^η

Αν παραστήσουμε τον παρακάτω πίνακα σε σύστημα ορθογωνίων συντεταγμένων θεωρώντας ως x την χρονική στιγμή και ως ψ τον αριθμό του πληθυσμού των μικροβίων έχουμε την παρακάτω γραφική παράσταση:

Ο τύπος της συνάρτησης είναι $f(x) = 2^x$



Παρατηρείστε το σχήμα και απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις.

1. Μπορείτε να διακρίνετε ποιες τιμές μπορεί να πάρει το x

.....

2. Ποιες τιμές μπορεί να πάρει το ψ

.....

3. Σε ποιο σημείο τέμνει η γραφική παράσταση τον άξονα ψ ψ'

.....

4. Πώς μεταβάλλονται οι τιμές της συνάρτησης όταν αυξάνει το x . Όταν το x αυξάνεται απεριόριστα τότε οι τιμές του ψ πού «πλησιάζουν»

αν $x_1 < x_2$ τότε $a^{x_1} \dots a^{x_2}$

.....
5. Μπορεί η γραφική παράσταση να τμήσει τον άξονα $x x'$;
.....

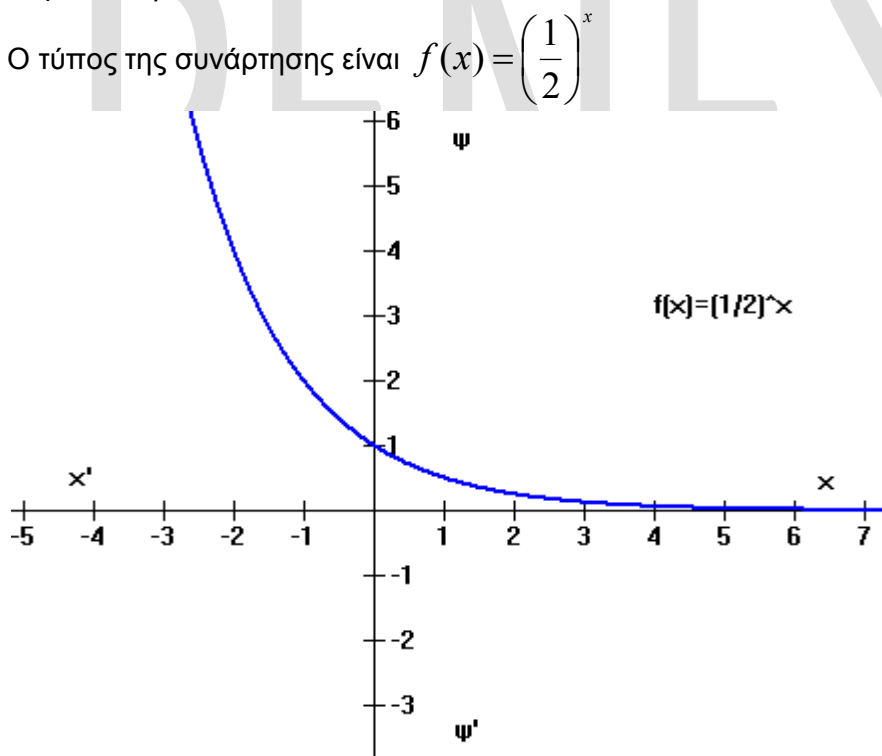
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3^η

Θεωρούμε ότι ένας πληθυσμός μικροβίων έχει ψεκαστεί με μια ουσία που καταστρέφει τον μισό κάθε μέρα. Αν σήμερα είναι 1 εκατομμύριο να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα που μας δείχνει το μέγεθος του πληθυσμού 4 μέρες πριν, 3 μέρες πριν.... μέχρι και 4 μέρες από σήμερα.

Χρονική στιγμή σε μέρες	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Μέγεθος του πληθυσμού σε εκατομμύρια					1				

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 4^η

Αν παραστήσουμε τον παρακάτω πίνακα σε σύστημα ορθογωνίων συντεταγμένων θεωρώντας ως x την χρονική στιγμή και ως ψ τον αριθμό του πληθυσμού των μικροβίων έχουμε την παρακάτω γραφική παράσταση:



Παρατηρήστε το σχήμα και απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις.

1. Μπορείτε να διακρίνετε ποιες τιμές μπορεί να πάρει το x

.....
2. Ποιες τιμές μπορεί να πάρει το ψ

.....
3. Σε ποιο σημείο τέμνει η γραφική παράσταση τον άξονα $\psi \psi'$

.....
4. Πώς μεταβάλλονται οι τιμές της συνάρτησης όταν αυξάνει το x ? Όταν το x αυξάνεται απεριόριστα τότε οι τιμές του ψ που «πλησιάζουν»

αν $x_1 < x_2$ τότε $a^{x_1} \dots a^{x_2}$

.....
5. Μπορεί η γραφική παράσταση να τμήσει τον άξονα $x'x$;
.....

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 5^η

Σύμφωνα με τις παραπάνω παρατηρήσεις σας συμπληρώστε τα παρακάτω:

Η συνάρτηση $f(x) = a^x$, με $a > 1$ έχει:

- Πεδίο ορισμού.....
- Σύνολο τιμών.....
- Ως προς την μονοτονία είναι.....
- Η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα και έχει ασύμπτωτο τον άξονα.....

Η συνάρτηση $f(x) = a^x$, με $0 < a < 1$ έχει

- Πεδίο ορισμού.....
- Σύνολο τιμών.....
- Ως προς την μονοτονία είναι.....
- Η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα και έχει ασύμπτωτο τον άξονα.....

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 6^η

Και στις δυο παραπάνω γραφικές παραστάσεις πάρτε ένα σημείο του άξονα $\psi\psi$ και φέρτε παράλληλη στον άξονα $x'x$. Σε πόσα σημεία τέμνει την γραφική παράσταση της συνάρτησης. Αν διαλέξετε 2 διαφορετικά x τότε υπάρχει περίπτωση να αντιστοιχούν στο ίδιο ψ . Δηλαδή αν $x_1 \neq x_2$ τότε $a^{x_1} \dots a^{x_2}$ ενώ

$$\text{αν } a^{x_1} = a^{x_2} \text{ τότε } x_1 \dots x_2$$

Συναρτήσεις για τις οποίες ισχύουν οι παραπάνω σχέσεις ονομάζονται 1-1 (ένα προς ένα),

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Χρησιμοποιώντας τη ιδιότητα: αν $a^{x_1} = a^{x_2}$ τότε $x_1 = x_2$, λύστε τις παρακάτω εξισώσεις :

α) $3^x = 81$ β) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} = 64$ γ) $\left(\frac{4}{3}\right)^{x+1} = \frac{27}{64}$ δ) $27^{2-x} = 81^{\frac{x}{2}}$
ε) $4^{2x^2-3x+1} = 1$ στ) $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$

2) Χρησιμοποιώντας την μονοτονία της συνάρτησης $f(x) = a^x$, ανάλογα με το αν το $a > 1$ ή $0 < a < 1$ να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις :

α) $5^{2x+3} > 5^{-x}$ β) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2-x} < \left(\frac{2}{3}\right)^{4-2x}$ γ) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-3x} > 1$

3) Σχεδιάστε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = 2^x$ και $g(x) = -2^x$. Τι παρατηρείτε.

4) Σχεδιάστε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^x - 3$ και $h(x) = 2^{x-3}$