

ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

1. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in R$, για την οποία το παρακάτω πολυώνυμο να είναι το μηδενικό:

$$P(x) = (\lambda + 2)x^3 - (\lambda^2 + \lambda - 2)x + \lambda^2 - 4$$

2. Δίνονται τα πολυώνυμα: $P(x) = \lambda x^2 - (\lambda - \kappa)x + \mu - 2\lambda$ και

$Q(x) = (\mu - \lambda)x^2 + 4x + \kappa + \lambda$. Να βρεθούν οι τιμές των κ, λ, μ ώστε τα δύο πολυώνυμα να είναι ίσα.

3. Ναδειχθεί ότι για κάθε $\kappa \in R$, το πολυώνυμο $P(x) = (\kappa - 1)x^5 + (3\kappa^2 + 2)x^3 + \kappa x$ δεν έχει ρίζα τον αριθμό $\frac{1}{2}$.

4. Αν το πολυώνυμο $P(x) = x^2 + (a - 1)x + 2a$ έχει ρίζα το -1, ναδειχθεί ότι και το πολυώνυμο $K(x) = x^3 + 4x^2 + (a^2 - 1)x$ έχει ρίζα το -1.

5. Να γίνουν οι παρακάτω διαιρέσεις:

α) $(2x^5 - x^3 + 2x^2 - 9) : (x^2 - 1)$ β) $(x^4 - 7x^3 + 2x - 15) : (x^3 + 5)$
γ) $(3x^3 - 4ax + a^2) : (x - 2a)$

6. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + ax^2 - 13x + \beta$. Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το πολυώνυμο $x^2 - x - 6$ να βρείτε τα $a, \beta \in R$.

7. Ένα πολυώνυμο $Q(x)$ διαιρούμενο με το $x - 2$ αφήνει υπόλοιπο 10 και με το $x + 3$ αφήνει υπόλοιπο 5. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του $Q(x)$ με το $(x - 2)(x + 3)$.

8. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = ax^4 + x^3 - (a^3 + 1)x^2 - a^2x + 4$.

α) Να προσδιοριστεί το $a \in R$ ώστε το $P(x)$ να έχει παράγοντα το $x + 1$.

β) Αν $a = 2$:

i) Ναλυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$
ii) Ναλυθεί η ανίσωση $P(x) \leq 0$

9. Ναλυθούν οι εξισώσεις:

α) $x^3 - 8x + 7 = 0$

β) $x^4 - 5x^3 + 6x^2 + x - 2$

γ) $x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 1$

δ) $(x^3 - 2x)x + x + 2 = 0$.

10. Δίνεται το πολυώνυμο $Q(x) = \kappa x^3 + (\lambda - 1)x^2 - 3x - 2\lambda + 6$, $\kappa, \lambda \in R$.

α) Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου $Q(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $Q(x)$ με το $x + 1$ είναι ίσο με 2, τότε να δείξετε ότι $\kappa=2$ και $\lambda=4$.

β) Για τις τιμές των κ, λ του ερωτήματος (α), να λύσετε την εξίσωση $Q(x) = 0$.

(ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ 2000- 2001)

11. Να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού x για τις οποίες ισχύει:

α) $x^3 - 2x^2 - x + 2 > 0$

β) $x^3 + 3x \geq 5x^2 - 9$

γ) $3x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x - 2 \leq 0$

δ) $x^4 - 3x^3 + 6x \leq 4$

12. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = ax^3 - (a + \beta)x^2 + \beta x + 1$, $a, \beta \in R$

α) Αν $P\left(-\frac{1}{2}\right) = 7$ και $P(-1) = 23$, να αποδείξετε ότι $a=-6$ και $\beta=-5$.

β) Να γίνει η διαίρεση του $P(x)$, $a=-6$ και $\beta=-5$, με το πολυώνυμο $2x + 1$ και να γραφεί το $P(x)$ με την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

γ) Να λυθεί η ανίσωση $P(x) > 7$ για $a=-6$ και $\beta=-5$.

(ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ 2001- 2002)

13. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 8x^3 + (5a - 1)x^2 + 8x - 3a - 6$ όπου $a \in R$.

α) Να κάνετε την διαίρεση του $P(x)$ δια του $x^2 - 1$ και να γράψετε την σχετική ταυτότητα της διαίρεσης.

β) Να βρείτε την τιμή του a , ώστε η παραπάνω διαίρεση να είναι τέλεια.

γ) Για $a=3$ να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $P(x) = 0$, καθώς και τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

(ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ 2004- 2005)