

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Δίνεται ο παρακάτω πίνακας συχνοτήτων:

Κλάσεις	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	Σχετ. συχν. f_i	Σχετ. συχν. % $f_i\%$	Αθρ. συχν. N_i	Σχ. αθρ. συχν % $F_i\%$	$x_i \cdot v_i$
0-2		12					
2-4		15					
4-6		8					
6-8		5					
8-10		10					
Αθροίσματα							

- α) Να συμπληρωθεί ο παραπάνω πίνακας.
 β) Να βρεθεί η μέση τιμή και η διάμεσος.
 γ) Να βρεθεί η διακύμανση και η τυπική απόκλιση.
 δ) Να βρεθεί ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος.

2. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας :

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1						
2	4	0,1	9			
3				0,475		
4					20	
5						
Σύνολο						

3. Οι βαθμοί 11 μαθητών στα μαθηματικά είναι : 12,12,9,15,12,16,17,7,19,18,17.

- α) Να κατασκευαστεί πίνακας συχνοτήτων.
 β) Να βρεθεί η μέση τιμή και η διάμεσος.
 γ) Να βρεθεί η διακύμανση, η τυπική απόκλιση και ο συντελεστής μεταβολής.
 δ) Είναι το δείγμα ομοιογενές.

4. Οι εισπράξεις σε χιλιάδες ευρώ ενός δείγματος 10 υποκαταστημάτων μιας εμπορικής επιχείρησης κατά το μήνα Μάρτιο του 2006 ήταν:

50,15,15,20,15,30,15,20,50,50

- α) Να υπολογίσετε την μέση τιμή \bar{x} και την διάμεσο των εισπράξεων.
 β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Εισπράξεις	v_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i$
10					
20					
30					
50					
Σύνολο					

- γ) Να υπολογίσετε την διακύμανση και την τυπική απόκλιση του δείγματος.

5. Ο μέσος όρος της ηλικίας των 5 καλαθοσφαιριστών μιας ομάδας μπάσκετ είναι τα 25 έτη. Να βρείτε τον καινούριο μέσο όρο σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- α) Αν φύγει ένας 22 χρονών.
- β) Αν έρθει ένας 30 χρονών.
- γ) Αν φύγει ένας 28 χρονών και έρθει ένας 32 χρονών.

6. Η μέση τιμή 7 αριθμών είναι $\bar{x} = 20$ και ο συντελεστής μεταβολής είναι $CV=0,5$. Αν

Για τις πρώτες 6 τιμές ισχύει $\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 = 600$ να βρείτε την έβδομη τιμή.

7. Δίνεται ο παρακάτω πίνακας. Να βρεθεί η συχνότητα της 4^{ης} τιμής για κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις: α) Η μέση τιμή είναι 9, β) Η διάμεσος είναι 10,5.

x_i	v_i
3	3
6	4
9	5
12	
15	3

8. Μια βιομηχανία κατασκευάζει κονσέρβες με μέσο όρο βάρους 200 γρ. Η διακύμανση τους είναι 25. Αν επιλέξουμε 500 κονσέρβες και υποθέσουμε ότι έχουμε περίπου κανονική κατανομή να βρεθεί ο αριθμός των κονσερβών που έχουν βάρος:

- α) Λιγότερο από 190 γρ.
- β) 200-210 γρ.
- γ) Πάνω από 205 γρ.
- δ) 190-205 γρ.

9. Έστω μεταβλητή X η οποία ακολουθεί την κανονική κατανομή, έχει εύρος τιμών $R=36$ και $CV=20\%$.

- α) Να υπολογιστεί η μέση τιμή \bar{x} του δείγματος.
- β) Να υπολογιστεί το ποσοστό των ατόμων που η τιμή τους είναι μεταξύ 24 και 42.
- α) Να αποδειχτεί ότι αν οι τιμές της X αυξηθούν κατά $\omega > 0$ τότε το CV θα μειωθεί.
- δ) Να βρεθεί το ω ώστε το δείγμα να γίνει ομοιογενές.

10. Το βάρος ενός δείγματος μαθητών λυκείου ακολουθεί κανονική ή περίπου κανονική κατανομή.

Το 50% των μαθητών του δείγματος έχουν βάρος το πολύ 65 Kg, ενώ περίπου το 47,5% αυτών έχουν βάρος από 65 Kg έως 75 Kg.

- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την τυπική απόκλιση του βάρους των μαθητών του δείγματος.
- β) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.
- γ) Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών του δείγματος, που έχουν βάρος από 55 Kg έως 70 Kg.
- δ) Ο αριθμός των μαθητών του δείγματος αυτού που έχουν βάρος από 55 Kg έως 60 Kg, είναι 27. Να υπολογίσετε το σύνολο των μαθητών του δείγματος.

11. Μια βιομηχανία κατασκευάζει ένα συγκεκριμένο υλικό με μέση τιμή βάρους 200g. Γνωρίζουμε ότι ο συντελεστής μεταβολής είναι $CV=25\%$ και ότι $\sum x_i^2 v_i = 1275000$. Να βρεθεί το μέγεθος του δείγματος.

12. Σε έρευνα που έγινε στους μαθητές μιας πόλης για το χρόνο που κάνουν να πάνε από το σπίτι στο σχολείο, διαπιστώθηκε ότι το 50% περίπου των μαθητών χρειάζεται περισσότερο από 12 λεπτά, ενώ το 16% περίπου χρειάζεται λιγότερο από 10 λεπτά. Υποθέτουμε η κατανομή του χρόνου της διαδρομής είναι κατά προσέγγιση κανονική.

α) Να βρείτε τον μέσο χρόνο της διαδρομής των μαθητών και την τυπική απόκλιση του χρόνου διαδρομής τους.

β) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

γ) Αν οι μαθητές της πόλης είναι 4.000, πόσοι μαθητές θα κάνουν χρόνο από 14 έως 16.

δ) Μια μέρα λόγω έργων στον κεντρικό δρόμο της πόλης, κάθε μαθητής καθυστέρησε 5 λεπτά. Να βρείτε πόσο μεταβάλλεται ο συντελεστής μεταβολής.

(ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ 2000- 2001)

13. Έστω η συνάρτηση $f(x) = -2x^2 + \kappa x + 4\sqrt{x} + 10$, $x > 0$.

α) Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης στο σημείο $A(1, f(1))$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, να αποδείξετε ότι $\kappa=2$ και να βρείτε την εξίσωσή της.

β) Μια τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\bar{x} = f(1)$ και τυπική απόκλιση $S = -\frac{2f'(4)}{13}$. Τρεις παρατηρήσεις, αντιπροσωπευτικού δείγματος μεγέθους n , είναι μικρότερες ή ίσες του 8.

i) Να βρείτε τον αριθμό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $(10,16)$.

ii) Να αποδείξετε ότι το δείγμα των παρατηρήσεων που έχει ληφθεί, δεν είναι ομοιογενές. Να βρείτε την μικρότερη τιμή της παραμέτρου $\alpha > 0$, που πρέπει να προστεθεί σε κάθε μια από τις παραπάνω παρατηρήσεις, ώστε το δείγμα των νέων παρατηρήσεων να είναι ομοιογενές.

(ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ 2005-2006)

14. Η μέση τιμή των 25 μαθητών μιας τάξης στο μάθημα των μαθηματικών είναι 15 με τυπική απόκλιση 4. Αν οι 8 υψηλόβαθμοι μαθητές έχουν μέση τιμή βαθμών 18,5 να βρεθεί η μέση τιμή των υπολοίπων χαμηλόβαθμων μαθητών. Αν ο βαθμός κάθε μαθητή αυξηθεί κατά 1,5 μονάδες να βρεθεί η νέα μέση τιμή και η νέα τυπική απόκλιση.