

1ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΠΥΛΗΣ

Τάξη : Α΄ Γυμνασίου

Μάθημα : Γεωμετρία

Διδακτική ενότητα : Άθροισμα γωνιών τριγώνου – Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου

Διδάσκων Καθηγητής : Γ. Μάστορας

Διδακτικοί στόχοι :

- ✓ Να γνωρίσουν οι μαθητές το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου
- ✓ Να ανακαλύψουν οι μαθητές τις ιδιότητες του ισοσκελούς και ισόπλευρου τριγώνου.

Φύλλο εργασίας 1

Ανοίξτε το αρχείο : «athroisma gonion trigonoy.fig»

Στην οθόνη του Η/Υ υπάρχει ένα τρίγωνο ΑΒΓ . (μετακινήστε τις κορυφές του)

1. Εμφανίστε τις γωνίες του τριγώνου: επιλέξτε το κουμπί «Γωνίες τριγώνου»

Ποιο είναι το άθροισμά τους ; (180°)

2. Εμφανίστε το άθροισμά τους : επιλέξτε το κουμπί «Άθροισμα 1»

Μετακινήστε (με το δείκτη) τις κορυφές του τριγώνου , ώστε να σχηματίσετε όλα τα είδη των τριγώνων .

Τι παρατηρείτε για το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου; (παραμένει πάντα 180°)

Ας προσπαθήσουμε να καταλάβουμε (να αποδείξουμε) γιατί συμβαίνει αυτό.

- i. Από το σημείο Α φέρνουμε ευθεία ε παράλληλη στη ΒΓ, και πάνω σ' αυτή παίρνουμε δυο σημεία Δ , Ε (επιλέξτε το κουμπί «ευθεία ε // ΒΓ»)
- ii. Στο σχήμα μας σχηματίζονται οι γωνίες : ΔΑΒ , ΕΑΓ και ΔΑΕ
- iii. Τι γωνία είναι η ΔΑΕ; (ευθεία) άρα το μέτρο της είναι : ΔΑΕ = (ΔΑΕ = 180°)
- iv. Εμφανίστε το μέτρο των γωνιών ΔΑΒ και ΕΑΓ : επιλέξτε το κουμπί «Γωνίες 2»
- v. Ποια είναι η σχέση των γωνιών ΔΑΒ και της γωνίας Β του τριγώνου; (είναι ίσες)
- vi. Γιατί συμβαίνει αυτό; (οι γωνίες είναι εντός εναλλάξ)
- vii. Ποια είναι η σχέση των γωνιών ΕΑΓ και της γωνίας Γ του τριγώνου; (είναι ίσες)
- viii. Γιατί συμβαίνει αυτό; (οι γωνίες είναι εντός εναλλάξ)

Από τα παραπάνω έχουμε :

$A + \Delta AB + EAG = \dots\dots\dots (180^\circ)$, είναι όμως $\Delta AB = B$ και $EAG = \Gamma$ άρα έχουμε :
 $\dots\dots\dots (A + B + \Gamma = 180^\circ)$

Συμπέρασμα :

(Σε κάθε τρίγωνο το άθροισμα των γωνιών του είναι 180°)

Αποκρύψτε τα κουμπιά «ευθεία ε // ΒΓ» και «Γωνίες 2»

3. Φέρτε την ημιευθεία ΒΓ και πάνω σ' αυτή παίρνουμε σημείο Ζ : επιλέξτε το κουμπί «ημιευθεία ΒΓ»

Στο σχήμα μας τώρα εμφανίζεται η γωνία ΖΓΑ . Αυτή η γωνία ονομάζεται (εξωτερική γωνία)

της Γ . επιλέξτε το κουμπί «εξωτερική γωνία »

- i. Ποια είναι η σχέση των γωνιών Γ και ΖΓΑ;(είναι παραπληρωματικές)
- ii. Υπολογίστε το άθροισμα των γωνιών Α και Β και συγκρίνετέ το με τη γωνία ΖΓΑ .
(επιλέξτε το κουμπί «Άθροισμα 2»)
- iii. Τι παρατηρείτε; (είναι ίσο)
- iv. Μετακινήστε (με το δείκτη) τις κορυφές του τριγώνου και επιβεβαιώστε την προηγούμενη παρατήρησή σας .

Συμπέρασμα :

(Σε κάθε τρίγωνο το άθροισμα δυο γωνιών του τριγώνου ισούται με την εξωτερική της τρίτης γωνίας)

Αποκρύψτε τα κουμπιά «ημιευθεία ΒΓ» , «εξωτερική γωνία » και «Άθροισμα 2»

Άσκηση 1 . Ανοίξτε το αρχείο : «askisi 1.fig»

Επιλέξτε το κουμπί : «τρίγωνο ΑΒΓ»

Έχουμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο και φέρνουμε το ύψος ΑΔ προς την υποτείνουσα ΒΓ .

Επιλέξτε το κουμπί : «ύψος ΑΔ»

Στο τρίγωνο σχηματίζονται οι γωνίες ΒΑΔ και ΔΑΓ . Επιλέξτε το κουμπί : «γωνίες 1»

Τι παρατηρείτε για τις γωνίες αυτές και τις γωνίες Β και Γ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ ;

Μπορείτε να το εξηγήσετε;

(Εδώ αναμένουμε να παρατηρήσουν οι μαθητές την ισότητα των γωνιών . Οι μαθητές μέσα από κατάλληλες ερωτήσεις θα παρατηρήσουν ότι οι γωνίες ΔΑΒ και Β είναι συμπληρωματικές , το ίδιο οι γωνίες ΔΑΓ και Γ , όπως και οι γωνίες Β και Γ . Από τις σχέσεις αυτές θα καταλήξουν στο ζητούμενο αποτέλεσμα: δηλ ότι οι γωνίες ΔΑΒ και Γ είναι ίσες , όπως και οι ΔΑΓ και Β. Ένα συμπέρασμα που θα συναντήσουν σε μεγαλύτερη τάξη στην ομοιότητα τριγώνων.)

Αποενεργοποιήστε όλα τα κουμπιά.

Φύλλο εργασίας 2

Από τη γραμμή μενού επιλέξτε : Αρχείο – Δημιουργία (εμφανίζεται μια νέα επιφάνεια εργασίας του Cabri Geometry).

1. Σχεδιάστε ευθύγραμμο τμήμα (3° εργαλείο –τμήμα) και ονομάστε ΒΓ (10° εργαλείο –ονομασία)
2. Βρείτε το μέσο (5° εργαλείο – Μέσον) του ΒΓ και ονομάστε Μ (10° εργαλείο –ονομασία)
3. Φέρτε ευθεία ε κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ (5° εργαλείο – Κάθετη ευθεία)
Πως ονομάζεται η ευθεία ε ;(μεσοκάθετος του ΒΓ)
4. Πάνω στην ευθεία ε πάρτε σημείο (2° εργαλείο-σημείο) και ονομάστε Α (10° εργαλείο –ονομασία)
5. Φέρτε τα ευθύγραμμα τμήματα (3° εργαλείο –τμήμα) ΑΒ και ΑΓ .
 - i. Ποια η σχέση των τμημάτων ΑΒ και ΑΓ και γιατί ;(είναι ίσα , ε μεσοκάθετος)
 - ii. Ποιο είναι το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις πλευρές του; (ισοσκελές)
 - iii. Μετρήστε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου (9° εργαλείο – απόσταση ή μήκος) και ταυτόχρονα ονομάστε τα μήκη αυτά .
6. Ποιες είναι οι ίσες πλευρές του τριγώνου; (ΑΒ και ΑΓ)
7. Ποια πλευρά ονομάζουμε βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ;(ΒΓ)
8. Μετρήστε τις γωνίες του τριγώνου:(9° εργαλείο – γωνία) και ταυτόχρονα ονομάστε τις γωνίες Α , Β , Γ
9. Μετακινήστε (με το δείκτη) τις κορυφές του τριγώνου.
 - i. Αλλάζει το είδος του τριγώνου ως προς τις πλευρές του; (όχι)
 - ii. Αλλάζει το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του; (ναι)
10. Ποια η σχέση των γωνιών Β και Γ ; (είναι ίσες)

Συμπέρασμα:

Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση ισοσκελούς τριγώνου είναι(ίσες)

11. Μετρήστε τις γωνίες ΒΑΜ και ΜΑΓ :(9° εργαλείο – γωνία) . Τι παρατηρείτε ; (είναι ίσες)
 - i. Μετακινήστε (με το δείκτη) τις κορυφές του τριγώνου και επιβεβαιώστε την προηγούμενη παρατήρησή σας.
 - ii. Ποια η σχέση της ευθείας ε και της γωνία Α ;(η ε διχοτόμος της Α)
 - iii. Συνεπώς το ΑΜ; (διχοτόμος) του τριγώνου ΑΒΓ.
12. Η ευθεία ε είναι η μεσοκάθετος του ΒΓ .
 - i. Άρα το ΑΜ είναι (κάθετο στην ΒΓ)
 - ii. Συνεπώς το ΑΜ είναι (ύψος) του τριγώνου ΑΒΓ
13. Πάρτε ένα τυχαίο σημείο στην ΑΒ . Βρείτε το συμμετρικό του ως προς την ευθεία ε, (6° εργαλείο – αξονική συμμετρία) που βρίσκεται αυτό; (στην ΑΓ)
Πάρτε ένα τυχαίο σημείο στην ΑΓ . Βρείτε το συμμετρικό του ως προς την ευθεία ε, (6° εργαλείο – αξονική συμμετρία) που βρίσκεται αυτό; (στην ΑΒ)

Συμπέρασμα : Η ευθεία ϵ είναι (**άξονας συμμετρίας**) του τριγώνου

(**Εδώ δίνεται η ευκαιρία στον καθηγητή να ζητήσει από τους μαθητές την απόδειξη των παραπάνω παρατηρήσεων , μέσα από τη συμμετρία**)

14. Κατασκευάστε τις διαμέσους BE και ΓZ . Μετρήστε τις . Τι παρατηρείτε ; (είναι ίσες)

15. Μετακινήστε την κορυφή A , ώστε το τρίγωνο να γίνει ορθογώνιο.

Πόσες μοίρες είναι οι γωνίες B και Γ ; (**45°**)

Από τη γραμμή μενού επιλέξτε : Αρχείο – Αποθήκευση ως και αποθηκεύσετε το αρχείο

Η αναμενόμενη κατασκευή είναι στο αρχείο «isosceles 1 .fig»

Άσκηση 2. Ανοίξτε το αρχείο : «askisi 1.fig»

Επιλέξτε το κουμπί : «τρίγωνο ABΓ»

Έχουμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο και φέρνουμε τη διάμεσο προς την υποτείνουσα ΒΓ .

Επιλέξτε το κουμπί : «διάμεσος AM»

Μετρήστε τα τμήματα AM , BM και ΜΓ Επιλέξτε το κουμπί : «τμήματα»


Η διάμεσος AM χωρίζει τη γωνία A σε δυο γωνίες BAM και ΜΑΓ . Επιλέξτε το κουμπί : «γωνίες 2»

Τι παρατηρείτε ;

Ποιο είναι το είδος των τριγώνων AMB και AMΓ ;

Σε ποιο συμπέρασμα καταλήγετε;

(**Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο η διάμεσος προς την υποτείνουσα χωρίζει την ορθή γωνία σε δυο γωνίες που είναι ίσες με τις οξείες γωνίες του τριγώνου που βρίσκονται προς το ίδιο μέρος**)



Θυμόμαστε - Μαθαίνουμε

Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο ισχύει ότι:

- ▶ Η ευθεία της **διαμέσου**, που αντιστοιχεί στη βάση είναι **άξονας συμμετρίας** του **ισοσκελούς** τριγώνου.
- ▶ Η **διάμεσος**, που αντιστοιχεί στη βάση είναι **ύψος** και **διχοτόμος**.
- ▶ Οι **προσκειμένες γωνίες** στη βάση του ισοσκελούς είναι **ίσες**.

Φύλλο εργασίας 3

Από τη γραμμή μενού επιλέξτε : Αρχείο – Δημιουργία (εμφανίζεται μια νέα επιφάνεια εργασίας του Cabri Geometry).

1. Κατασκευάστε ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ.
2. Μετρήστε τις πλευρές και τις γωνίες του τριγώνου. Μετακινήστε τις κορυφές του.
Τι παρατηρείτε ; (**όλες οι πλευρές είναι ίσες και όλες οι γωνίες είναι από 60° καθεμία**)
3. Κατασκευάστε τις διαμέσους του τριγώνου. Μετρήστε τις .
Τι παρατηρείτε ; (**είναι ίσες**)
4. Μετρήστε τις γωνίες που σχηματίζουν οι διάμεσοι με τις πλευρές του τριγώνου.
Τι παρατηρείτε ; (**κάθε διάμεσος είναι και διχοτόμος της αντίστοιχης γωνίας**)
5. Μετρήστε την γωνία που σχηματίζει κάθε διάμεσος με την πλευρά στην οποία καταλήγει.
Τι παρατηρείτε ; (**όλες οι γωνίες είναι 90°**)
Σε ποιο συμπέρασμα καταλήγετε ; (**οι διάμεσοι είναι και ύψη του τριγώνου**)
6. Πάρτε τυχαίο σημείο πάνω σε κάθε πλευρά του τριγώνου. Βρείτε το συμμετρικό του , ως προς τις ευθείες των διαμέσων. Τι παρατηρείτε ;
Σε ποιο συμπέρασμα καταλήγετε ; (**οι διάμεσοι είναι και άξονες συμμετρίας του τριγώνου**)

Η αναμενόμενη κατασκευή είναι στο αρχείο «isopleyro 1 .fig»

Σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο ισχύει ότι:

- ▶ Οι ευθείες των διαμέσων είναι άξονες συμμετρίας του ισοπλεύρου τριγώνου.
- ▶ Κάθε διάμεσος είναι ύψος και διχοτόμος.
- ▶ Όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες.