

Τάξη : Α΄ Γυμνασίου

Μάθημα : Γεωμετρία

Διδακτική ενότητα : Άθροισμα γωνιών τριγώνου – Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου

### Φύλλο εργασίας 1

Ανοίξτε το αρχείο : «athroisma gonion trigonou.fig»

Στην οθόνη του Η/Υ υπάρχει ένα τρίγωνο ΑΒΓ . (μετακινήστε τις κορυφές του )

1. Εμφανίστε τις γωνίες του τριγώνου: επιλέξτε το κουμπί «Γωνίες τριγώνου»

Ποιο είναι το άθροισμά τους ; .....

2. Εμφανίστε το άθροισμά τους : επιλέξτε το κουμπί «Άθροισμα 1»

Μετακινήστε ( με το δείκτη ) τις κορυφές του τριγώνου , ώστε να σχηματίσετε όλα τα είδη των τριγώνων .

Τι παρατηρείτε για το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου; .....

Ας προσπαθήσουμε να καταλάβουμε ( να αποδείξουμε ) γιατί συμβαίνει αυτό .

- i. Από το σημείο Α φέρνουμε ευθεία  $\varepsilon$  παράλληλη στη ΒΓ, και πάνω σ' αυτή παίρνουμε δυο σημεία Δ , Ε (επιλέξτε το κουμπί «ευθεία  $\varepsilon$  // ΒΓ»)
- ii. Στο σχήμα μας σχηματίζονται οι γωνίες : ΔΑΒ , ΕΑΓ και ΔΑΕ
- iii. Τι γωνία είναι η ΔΑΕ; ..... άρα το μέτρο της είναι : ΔΑΕ =.....
- iv. Εμφανίστε το μέτρο των γωνιών ΔΑΒ και ΕΑΓ :επιλέξτε το κουμπί «Γωνίες 2»
- v. Ποια είναι η σχέση των γωνιών ΔΑΒ και της γωνίας Β του τριγώνου; .....
- vi. Γιατί συμβαίνει αυτό; .....
- vii. Ποια είναι η σχέση των γωνιών ΕΑΓ και της γωνίας Γ του τριγώνου; .....
- viii. Γιατί συμβαίνει αυτό; .....

Από τα παραπάνω έχουμε :

$A + \Delta AB + EA\Gamma = \dots\dots\dots$  , είναι όμως  $\Delta AB = B$  και  $EA\Gamma = \Gamma$  άρα έχουμε

.....

### Συμπέρασμα :

.....  
.....

Αποκρύψτε τα κουμπιά «ευθεία  $\varepsilon$  // ΒΓ» και «Γωνίες 2»

3. Φέρτε την ημιευθεία ΒΓ και πάνω σ' αυτή παίρνουμε σημείο Ζ : επιλέξτε το κουμπί «ημιευθεία ΒΓ»  
Στο σχήμα μας τώρα εμφανίζεται η γωνία ΖΓΑ . Αυτή η γωνία ονομάζεται ..... της Γ .  
επιλέξτε το αντίστοιχο κουμπί κουμπί
- i. Ποια είναι η σχέση των γωνιών Γ και ΖΓΑ; .....
  - ii. Υπολογίστε το άθροισμα των γωνιών Α και Β και συγκρίνετέ το με τη γωνία ΖΓΑ.  
(επιλέξτε το κουμπί «Άθροισμα 2»)
  - iii. Τι παρατηρείτε; ..... ..
  - iv. Μετακινήστε (με το δείκτη ) τις κορυφές του τριγώνου και επιβεβαιώστε την προηγούμενη παρατήρησή σας .

**Συμπέρασμα :**

.....  
.....

Αποκρύψτε τα κουμπιά «ημιευθεία ΒΓ» , «εξωτερική γωνία » και «Άθροισμα 2»

**Άσκηση 1 .** Ανοίξτε το αρχείο : «askisi 1.fig»

Επιλέξτε το κουμπί : «τρίγωνο ΑΒΓ»

Έχουμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο και φέρνουμε το ύψος ΑΔ προς την υποτείνουσα ΒΓ .

Επιλέξτε το κουμπί : «ύψος ΑΔ»

Στο τρίγωνο σχηματίζονται οι γωνίες ΒΑΔ και ΔΑΓ . Επιλέξτε το κουμπί : «γωνίες 1»

Τι παρατηρείτε για τις γωνίες αυτές και τις γωνίες Β και Γ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ ;

Μπορείτε να το εξηγήσετε;

Συμπέρασμα :

.....  
.....  
.....  
.....

Αποενεργοποιήστε όλα τα κουμπιά.

## Φύλλο εργασίας 2

### Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου

Από τη γραμμή μενού επιλέξτε : Αρχείο – Δημιουργία (εμφανίζεται μια νέα επιφάνεια εργασίας του Cabri Geometry ).

1. Σχεδιάστε ευθύγραμμο τμήμα ( $3^{\circ}$  εργαλείο –τμήμα) και ονομάστε ΒΓ ( $10^{\circ}$  εργαλείο –ονομασία)
2. Βρείτε το μέσο ( $5^{\circ}$  εργαλείο – Μέσον) του ΒΓ και ονομάστε Μ ( $10^{\circ}$  εργαλείο –ονομασία)
3. Φέρτε ευθεία  $\epsilon$  κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ ( $5^{\circ}$  εργαλείο – Κάθετη ευθεία)  
Πως ονομάζεται η ευθεία  $\epsilon$  ; .....
4. Πάνω στην ευθεία  $\epsilon$  πάρτε σημείο ( $2^{\circ}$  εργαλείο-σημείο) και ονομάστε Α ( $10^{\circ}$  εργαλείο –ονομασία)
5. Φέρτε τα ευθύγραμμα τμήματα ( $3^{\circ}$  εργαλείο –τμήμα) ΑΒ και ΑΓ .
  - i. Ποια η σχέση των τμημάτων ΑΒ και ΑΓ και γιατί ; .....
  - ii. Ποιο είναι το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις πλευρές του; .....
  - iii. Μετρήστε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου ( $9^{\circ}$  εργαλείο – απόσταση ή μήκος) και ταυτόχρονα ονομάστε τα μήκη αυτά .
6. Ποιες είναι οι ίσες πλευρές του τριγώνου; .....
7. Ποια πλευρά ονομάζουμε βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ; .....
8. Μετρήστε τις γωνίες του τριγώνου:(  $9^{\circ}$  εργαλείο – γωνία) και ταυτόχρονα ονομάστε τις γωνίες Α , Β , Γ
9. Μετακινήστε (με το δείκτη ) τις κορυφές του τριγώνου.
  - i. Αλλάζει το είδος του τριγώνου ως προς τις πλευρές του; .....
  - ii. Αλλάζει το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του; .....

10. Ποια η σχέση των γωνιών Β και Γ ; .....

### Συμπέρασμα:

Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση ισοσκελούς τριγώνου είναι .....

11. Μετρήστε τις γωνίες ΒΑΜ και ΜΑΓ :(  $9^{\circ}$  εργαλείο – γωνία) . Τι παρατηρείτε ; .....
  - i. Μετακινήστε (με το δείκτη ) τις κορυφές του τριγώνου και επιβεβαιώστε την προηγούμενη παρατήρησή σας.
  - ii. Ποια η σχέση της ευθείας  $\epsilon$  και της γωνία Α ; .....
  - iii. Συνεπώς το ΑΜ είναι ..... του τριγώνου ΑΒΓ.
12. Η ευθεία  $\epsilon$  είναι η μεσοκάθετος του ΒΓ .
- i. Άρα το ΑΜ είναι .....
  - ii. Συνεπώς το ΑΜ είναι ..... του τριγώνου ΑΒΓ

13. Πάρτε ένα τυχαίο σημείο στην AB . Βρείτε το συμμετρικό του ως προς την ευθεία  $\epsilon$ , ( $6^\circ$  εργαλείο – αξονική συμμετρία) που βρίσκεται αυτό; .....

Πάρτε ένα τυχαίο σημείο στην AG . Βρείτε το συμμετρικό του ως προς την ευθεία  $\epsilon$ , ( $6^\circ$  εργαλείο – αξονική συμμετρία) που βρίσκεται αυτό; .....

Συμπέρασμα : Η ευθεία  $\epsilon$  είναι ..... του τριγώνου

14. Κατασκευάστε τις διαμέσους BE και ΓZ . Μετρήστε τις . Τι παρατηρείτε ; .....

15. Μετακινήστε την κορυφή A , ώστε το τρίγωνο να γίνει ορθογώνιο.

Πόσες μοίρες είναι οι γωνίες B και Γ ; .....

Από τη γραμμή μενού επιλέξτε : Αρχείο – Αποθήκευση ως και αποθηκεύσετε το αρχείο

**Άσκηση 2 .** Ανοίξτε το αρχείο : «askisi 1.fig»

Επιλέξτε το κουμπί : «τρίγωνο ABΓ»

Έχουμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο και φέρνουμε τη διάμεσο προς την υποτείνουσα ΒΓ .

Επιλέξτε το κουμπί : «διάμεσος AM»

Μετρήστε τα τμήματα AM , BM και ΜΓ Επιλέξτε το κουμπί : «τμήματα»


Η διάμεσος AM χωρίζει τη γωνία A σε δυο γωνίες BAM και ΜΑΓ . Επιλέξτε το κουμπί : «γωνίες 2»

Τι παρατηρείτε ;

Ποιο είναι το είδος των τριγώνων AMB και AMΓ ;

Σε ποιο συμπέρασμα καταλήγετε;

.....  
.....



### Θυμόμαστε - Μαθαίνουμε

**Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο ισχύει ότι:**

- ▶ Η ευθεία της **διαμέσου**, που αντιστοιχεί στη βάση είναι **άξονας συμμετρίας** του **ισοσκελούς** τριγώνου.
- ▶ Η **διάμεσος**, που αντιστοιχεί στη βάση είναι **ύψος** και **διχοτόμος**.
- ▶ Οι **προσκειμένες γωνίες** στη βάση του ισοσκελούς είναι **ίσες**.

### Φύλλο εργασίας 3

#### Ιδιότητες ισοπλεύρου τριγώνου

Από τη γραμμή μενού επιλέξτε : Αρχείο – Δημιουργία (εμφανίζεται μια νέα επιφάνεια εργασίας του Cabri Geometry ).

1. Κατασκευάστε ένα ισοπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ.
2. Μετρήστε τις πλευρές και τις γωνίες του τριγώνου. Μετακινήστε τις κορυφές του.  
Τι παρατηρείτε ; .....
3. Κατασκευάστε τις διαμέσους του τριγώνου. Μετρήστε τις .  
Τι παρατηρείτε ; .....
4. Μετρήστε τις γωνίες που σχηματίζουν οι διάμεσοι με τις πλευρές του τριγώνου.  
Τι παρατηρείτε ; .....
5. Μετρήστε την γωνία που σχηματίζει κάθε διάμεσος με την πλευρά στην οποία καταλήγει.  
Τι παρατηρείτε ; .....  
Σε ποιο συμπέρασμα καταλήγετε ; .....
6. Πάρτε τυχαίο σημείο πάνω σε κάθε πλευρά του τριγώνου. Βρείτε το συμμετρικό του , ως προς τις ευθείες των διαμέσων. Τι παρατηρείτε ;  
Σε ποιο συμπέρασμα καταλήγετε ; .....

#### **Σε κάθε ισοπλευρο τρίγωνο ισχύει ότι:**

- ▶ Οι ευθείες των διαμέσων είναι άξονες συμμετρίας του ισοπλεύρου τριγώνου.
- ▶ Κάθε διάμεσος είναι ύψος και διχοτόμος.
- ▶ Όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες.