

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ

1.

Δύο διανύσματα \vec{a} , $\vec{\beta}$ έχουν μέτρα 2 και 1 αντίστοιχα. Η γωνία που σχηματίζουν είναι 120° . Αν $\vec{\gamma} = \vec{a} + \vec{\beta}$ και $\vec{\delta} = \vec{a} - 2\vec{\beta}$. Να υπολογίσετε:

- ii) Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$.
- iii) Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta}$.
- iv) Τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$.
- v) Τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$.

[Απ. 171605]

2.

Αν $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{\beta}| = \sqrt{2}$ και η γωνία των διανυσμάτων $4\vec{a}$ και $-2\vec{\beta}$ είναι $\frac{\pi}{4}$, να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$.

[Απ. -1]

3.

Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ στο οποίο είναι $\vec{AB} = 2\vec{a} + \vec{\beta}$ και $\vec{AD} = \vec{a} - 2\vec{\beta}$. Αν τα διανύσματα \vec{a} , $\vec{\beta}$ έχουν μέτρο 1 και σχηματίζουν γωνία 60° , να υπολογίσετε τα μήκη των διαγωνίων του $AB\Gamma\Delta$.

[Απ. $AG = \sqrt{7}$, $BD = \sqrt{3}$]

4.

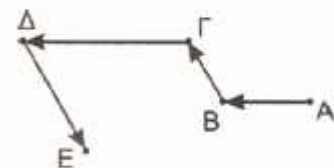
Αν $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{\beta}| = 2\sqrt{3}$ και η γωνία των διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$ είναι 150° , να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{\beta}$.

[Απ. 2]

5.

Για τα διανύσματα του διπλανού σχήματος ισχύουν οι σχέσεις:

$$\vec{AB} = \vec{a}, \vec{B\Gamma} = \vec{\beta}, \vec{\Gamma\Delta} = 2\vec{a}, \text{ και } \vec{DE} = -2\vec{\beta}.$$



i) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\vec{A\Gamma}$ και $\vec{\Gamma E}$ συναρτήσει των διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$.

ii) Το διάνυσμα \vec{AE} είναι ίσο με:

- A. $3\vec{a} + \vec{\beta}$ B. $3\vec{a} - \vec{\beta}$ Γ. $3\vec{a} - 3\vec{\beta}$ Δ. $\vec{a} + 3\vec{\beta}$ Ε. $2\vec{a} - 4\vec{\beta}$

iii) Αν ισχύει $|\vec{a}| = |\vec{\beta}|$, τότε να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{A\Gamma}$ και $\vec{\Gamma E}$ είναι μεταξύ τους κάθετα.

6.

Αν $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{\beta}| = 2$, $|\vec{\gamma}| = 3$ και $\vec{a} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$, να αποδείξετε ότι

$$\vec{a} \cdot \vec{\beta} + \vec{\beta} \cdot \vec{\gamma} + \vec{\gamma} \cdot \vec{a} = -7.$$

7. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{u} = (1, -\sqrt{3})$, $\vec{v} = (2, 2\sqrt{3})$ και $\vec{w} = (\sqrt{3}, 1)$.

Να αντιστοιχίσετε κάθε γωνία που βρίσκεται στη στήλη Α με το μέτρο της που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. γωνία των \vec{u} και \vec{v}	A. $\pi/2$
2. γωνία των \vec{u} και \vec{w}	B. $\pi/6$
3. γωνία των \vec{v} και \vec{w}	Γ. $\pi/4$
	Δ. $2\pi/3$
	Ε. $3\pi/4$