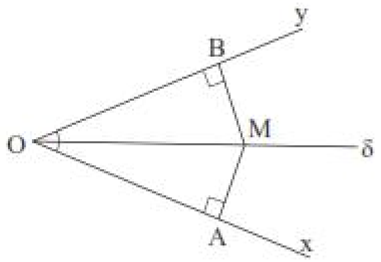
ΛΥΚΕΙΟ ΕΡΕΤΡΙΑΣ – ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία………………………………………………………Τμήμα…………2η ομάδα
Ονοματεπώνυμο…………………………………………………………………

Θέμα Α

Α1. Να αποδείξετε ότι κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας, ισαπέχει από τις πλευρές της.



Μονάδες 15

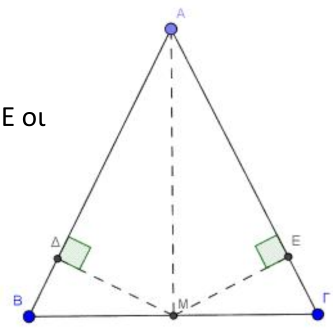
Α2. i. Σε κάθε τρίγωνο με μήκη πλευρών α, β και γ, αν $\beta \geq \gamma$, ισχύει: $\beta - \gamma < \alpha < \beta + \gamma$.
Μονάδες 2
ii. Δύο τρίγωνα είναι πάντοτε ίσα, όταν έχουν τις γωνίες τους μία προς μία ίσες. Μονάδες 2
iii. Δύο κύκλοι (Κ, R) και (Λ, ρ) εφάπτονται εξωτερικά, αν (ΚΛ) = R – ρ. Μονάδες 2
iv. Κάθε διάμεσος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι πάντα και ύψος του τριγώνου. Μονάδες 2
v. Ένα τρίγωνο είναι οξυγώνιο, όταν μια γωνία του είναι οξεία. Μονάδες 2

Θέμα Β

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ και παίρνουμε το μέσο Μ της βάσης ΒΓ. Αν Δ, Ε οι προβολές του Μ στις ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, τότε να δείξετε ότι:

Α) ΜΔ = ΜΕ Μονάδες 13

Β) $\mathrm{A}\hat{\mathrm{M}}\Delta = \mathrm{A}\hat{\mathrm{M}}\mathrm{E}$ Μονάδες 12



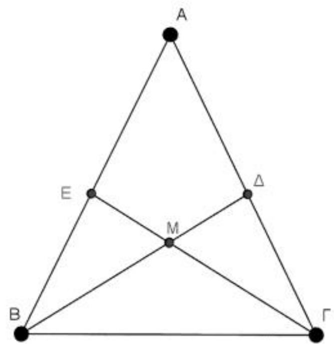
Θέμα Γ

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ), όπως στο διπλανό σχήμα, και οι διχοτόμοι ΒΔ, ΓΕ, που τέμνονται στο σημείο Μ. Να αποδείξετε ότι:

Α. Τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΕΓ είναι ίσα. Μονάδες 9

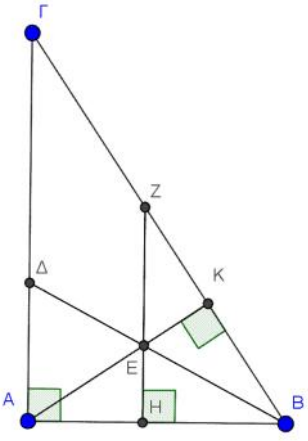
Β. Οι γωνίες $\_\hat{b}d$ και $\_\hat{a}d$ είναι ίσες. Μονάδες 7

Γ. Τα τρίγωνα ΜΕΒ και ΜΔΓ είναι ίσα. Μονάδες 9



Θέμα Δ

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\widehat{\mathrm{A}} = 90^{\circ}$) με ΒΔ διχοτόμο και ΑΚ ύψος, που τέμνονται στο Ε. Η κάθετη από το Ε στην ΑΒ τέμνει τις ΑΒ και ΒΓ στα Η και Ζ αντίστοιχα.
Να αποδείξετε ότι:
α) ΒΚ = ΒΗ Μονάδες 9
β) τα τρίγωνα ΕΗΑ και ΕΚΖ είναι ίσα. Μονάδες 7
γ) Η ΒΔ είναι κάθετη στην ΑΖ. Μονάδες 9

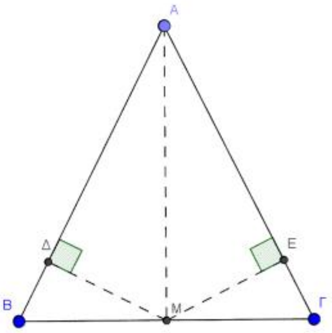


Θέμα Α

Α1. Θεωρία

Α2. i. Σ, ii. Λ, iii. Λ, iv. Λ, v. Λ.

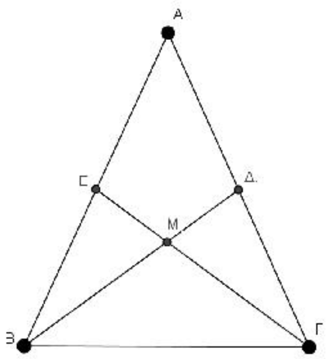
Θέμα Β



α) Συγκρίνω τρίγωνα ΜΒΔ, ΜΓΕ τα οποία είναι ίσα επειδή έχουν: ορθογώνια, ΜΒ = ΜΓ (Μ μέσο ΒΓ), $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ (ισοσκελές ΑΒΓ).

β) Συγκρίνω τρίγωνα ΜΑΔ, ΜΑΕ τα οποία είναι ίσα επειδή έχουν: ορθογώνια, ΜΑ κοινή, ΜΔ = ΜΕ από α) ερώτημα.

Θέμα Γ



Α) Τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΕΓ είναι ίσα, γιατί: ΑΒ = ΑΓ, $\hat{A}$ κοινή, $A\hat{B}\Delta$ = $A\hat{\Gamma}E$ (μισά ίσων γωνιών $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ (ισοσκελές ΑΒΓ) αντίστοιχα).

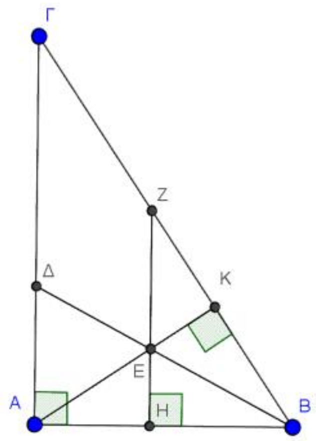
Β) συγκρίνω τρίγωνα ΒΕΓ και ΒΔΓ, τα οποία είναι ίσα επειδή έχουν: ΒΓ κοινή, $\Gamma\hat{B}\Delta$ = $B\hat{\Gamma}E$ (μισά ίσων γωνιών $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ (ισοσκελές ΑΒΓ) αντίστοιχα), $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ (ισοσκελές ΑΒΓ).

Άρα _b̂d = _âdK

Γ) Τα τρίγωνα ΜΕΒ και ΜΔΓ είναι ίσα, γιατί ΒΕ = ΔΓ (από β) ερώτημα), $A\hat{B}\Delta$ = $A\hat{\Gamma}E$ από ίσα τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΕΓ και _b̂d = _âd=από β) ερώτημα.

Θέμα Δ

α) συγκρίνω τρίγωνα ΒΕΚ και ΒΕΗ. Έχουν: ορθογώνια, ΒΕ κοινή, $E\hat{B}H = K\hat{B}E$ (ΒΔ διχοτόμος). Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα.



β) συγκρίνω τρίγωνα ΑΕΗ και ΕΚΖ τα οποία έχουν: ορθογώνια, $A\hat{E}H$ = $Z\hat{E}K$ (κατακορυφήν), ΗΕ = ΕΚ από α) ερώτημα. Άρα τα τρίγωνα ΕΗΑ και ΕΚΖ είναι ίσα.

γ) Από από β ερώτημα και τα τρίγωνα ΕΗΑ και ΕΚΖ, προκύπτει ΑΗ = ΖΚ. Επίσης, ΒΚ = ΒΗ από α) ερώτημα. Άρα αν φέρω το ΑΖ, στο ισοσκελές τρίγωνο ΒΑΖ, η ΒΔ που είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ τέμνει την ΑΖ στο σημείο Μ. Οπότε η ΒΔ θα είναι και ύψος, άρα θα τέμνει την ΑΖ υπό ορθή γωνία.