- Ημερομηνία……………………………………………………………………………
- Ονοματεπώνυμο…………………………………………………………………………
- Βαθμός……..
- Τάξη………… Τμήμα…………
- Εξεταζόμενο μάθημα: Γεωμετρία (Τρίγωνα)

ΘΕΜΑ Α

Α1.

α) Να συμπληρώσετε την πρόταση: «Η διάμεσος ισοσκελούς τριγώνου, που αντιστοιχεί στη βάση του, είναι ……………………………………………………………» (Μονάδες 3)

β) Να αποδείξετε την παραπάνω πρόταση. (Μονάδες 12)

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

………

………

………

Α2.

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Ένα τρίγωνο με δυο πλευρές ίσες λέγεται ισόπλευρο.
(Μονάδες 02)

β) Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο, η διχοτόμος οποιασδήποτε γωνίας είναι και διάμεσος και ύψος.
(Μονάδες 02)

γ) Αν δυο τρίγωνα έχουν όλες τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.
(Μονάδες 02)

δ) Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν τις οξείες γωνίες τους ίσες είναι ίσα.
(Μονάδες 02)

ε) Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της.
(Μονάδες 02)

ΘΕΜΑ Β

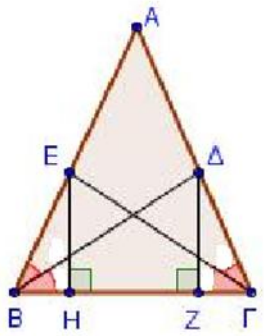
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και οι διχοτόμοι του ΒΔ και ΓΕ. Αν ΕΗ $\perp$ ΒΓ και ΔΖ $\perp$ ΒΓ, να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΒΓΔ και ΓΒΕ είναι ίσα.

(Μονάδες 13)

β) ΕΗ = ΔΖ.

(Μονάδες 12)



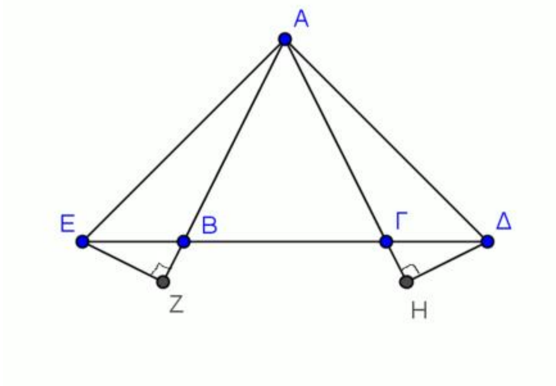
ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Στην προέκταση της ΒΓ (προς το Γ) θεωρούμε σημείο Δ και στην προέκταση της ΓΒ (προς το Β) θεωρούμε σημείο Ε έτσι ώστε ΓΔ = ΒΕ. Από το Δ φέρουμε ΔΗ κάθετη στην ευθεία ΑΓ και από το Ε φέρουμε ΕΖ κάθετη στην ευθεία ΑΒ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΔ = ΑΕ (Μονάδες 12)

β) ΕΖ = ΔΗ (Μονάδες 13)



………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

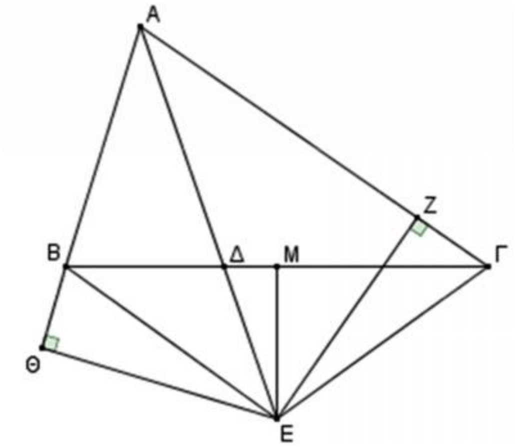
ΘΕΜΑ Δ

Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, η κάθετη από το μέσο Μ της ΒΓ τέμνει την προέκταση της διχοτόμου ΑΔ στο σημείο Ε. Αν Θ, Ζ είναι οι προβολές του Ε στις ΑΒ, ΑΓ, να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΕΒΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)

β) Τα τρίγωνα ΘΒΕ και ΖΓΕ είναι ίσα. (Μονάδες 8)

γ) $A\hat{\Gamma}E + A\hat{B}E = 2\llcorner$ (2 ορθές) Δίνεται: $1\llcorner = 1$ ορθή $= 90^{o}$ (Μονάδες 10)



ΛΥΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ

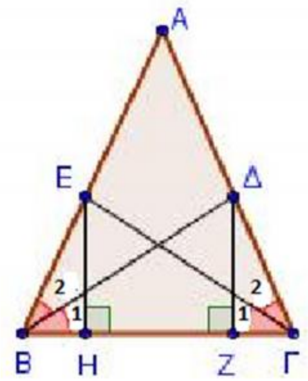
ΘΕΜΑ Α

Α1. α) διχοτόμος και ύψος.

β) απόδειξη της παραπάνω πρότασης (πόρισμα Ι Σελ.45 σχολικό)

Α2. α) Λ
β) Λ
γ) Λ
δ) Λ
ε) Σ

ΘΕΜΑ Β



α) τρίγωνα ΓΔΒ = ΓΒΕ γιατί:
1) ΒΓ κοινή

2) $\hat{B}_1 = \hat{\Gamma}_1$ μισά των ίσων γωνιών $\hat{B}\,\kappa\alpha\iota\,\hat{\Gamma}$, αφού ΒΔ, ΓΕ διχοτόμοι

3) $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ (βρίσκονται στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ)

Μέσω (ΓΠΓ)

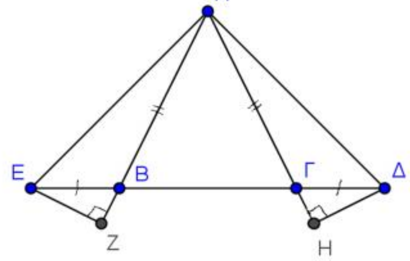
β) τρίγωνα ΕΒΗ = ΔΖΓ γιατί:

1) ορθογώνια

2) $\hat{B} = \hat{\Gamma}$

3) ΒΕ = ΓΔ από τρίγωνα του α) ερωτήματος. Άρα ΕΗ = ΔΖ.

ΘΕΜΑ Γ



α) τρίγωνα ΑΒΕ = ΑΔΓ γιατί:

1) ΑΒ = ΑΓ (ΑΒΓ ισοσκελές)

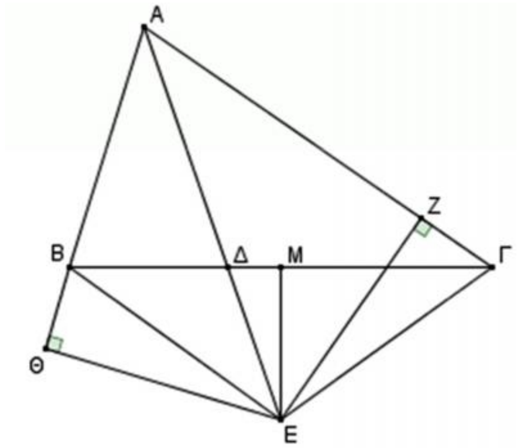
2) ΓΔ = ΒΕ (δεδομένα)

3) $A\hat{B}E = A\hat{\Gamma}\Delta$ (Παραπληρωματικές των ίσων γωνιών $\hat{B}, \hat{\Gamma}$ που βρίσκονται στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ). Άρα ΑΔ = ΑΕ.

β) τρίγωνα ΖΒΕ = ΗΔΓ γιατί:

1) Ορθογώνια
2) ΓΔ = ΒΕ
3) $Z\hat{B}E = H\hat{\Gamma}\Delta$ (Κατακορυφήν με τις ίσες γωνίες $\hat{B}, \hat{\Gamma}$). Άρα ΕΖ = ΔΗ.

ΘΕΜΑ Δ



α) Το Ε ανήκει στη μεσοκάθετο του ΒΓ, οπότε ισαπέχει από τα άκρα του, άρα ΕΒ = ΕΓ, δηλαδή ΒΕΓ ισοσκελές.

β) τρίγωνα ΘΕΒ = ΕΖΓ γιατί:

1) Ορθογώνια
2) ΕΒ = ΕΓ
3) ΕΘ = ΕΖ, αφού το Ε σαν σημείο της διχοτόμου ΑΕ της γωνίας $\hat{A}$, θα ισαπέχει από τις πλευρές της.

γ) Αφού τρίγωνα ΘΕΒ = ΕΖΓ από το προηγούμενο ερώτημα, θα ισχύει $A\hat{\Gamma}E = \Theta\hat{B}E$ (1).

Όμως $\Theta\hat{B}E + A\hat{B}E = 180^o = 2\llcorner$. Μέσω της (1) προκύπτει $A\hat{\Gamma}E + A\hat{B}E = 180^o = 2\llcorner$.