- Ημερομηνία………………………………………………………………………
- Ονοματεπώνυμο……………………………………………………………………
- Βαθμός……..
- Τάξη……….. Τμήμα…………
- Εξεταζόμενο μάθημα: Γεωμετρία (Τρίγωνα)

ΘΕΜΑ Α

Α1.

α) Να συμπληρώσετε την πρόταση: «Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός τμήματος ανήκει στη ………………………………………………………» (Μονάδες 3)

β) Να αποδείξετε την παραπάνω πρόταση. (Μονάδες 12)

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………

………

………

Α2.

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Ένα τρίγωνο με δυο πλευρές ίσες λέγεται ισόπλευρο.
(Μονάδες 02)

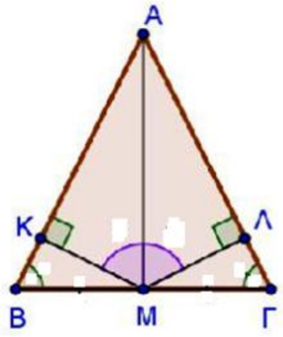
β) Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο, το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση του είναι και διάμεσος και διχοτόμος της γωνίας της κορυφής.
(Μονάδες 02)

γ) Αν δυο τρίγωνα έχουν δυο γωνίες τους και μια πλευρά ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.
(Μονάδες 02)

δ) Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της.
(Μονάδες 02)

ε) Δυο χορδές είναι ίσες αν και μόνο αν τα αποστήματά τους είναι ίσα.
(Μονάδες 02)

ΘΕΜΑ Β



Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και το μέσο Μ της βάσης του ΒΓ. Φέρουμε τις αποστάσεις ΜΚ και ΜΛ του σημείου Μ από τις ίσες πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΜΚ=ΜΛ. (Μονάδες 13)

β) Η ΑΜ είναι διχοτόμος της γωνίας ΚΜΛ. (Μονάδες 12)

……

……

……

……

……

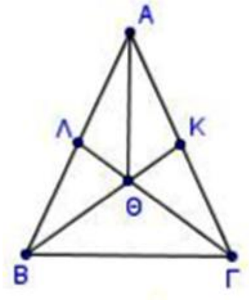
……

……

……

……

ΘΕΜΑ Γ



Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και τις διαμέσους του ΒΚ και ΓΛ οι οποίες τέμνονται στο Θ. Να αποδείξετε ότι:

α) Οι διάμεσοι ΒΚ και ΓΛ είναι ίσες.

(Μονάδες 12)

β) Τα τρίγωνα ΑΒΘ και ΑΘΓ είναι ίσα.

(Μονάδες 13)

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

ΘΕΜΑ Δ

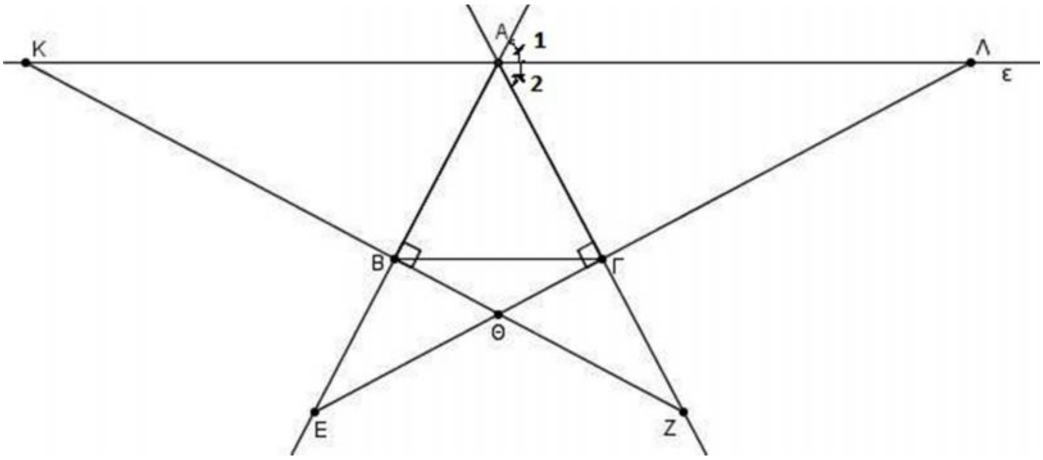
Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και την ευθεία ε της εξωτερικής διχοτόμου της γωνίας Α. Η κάθετη στην πλευρά ΑΒ στο Β τέμνει την ε στο Κ και την ευθεία ΑΓ στο Ζ. Η κάθετη στην πλευρά ΑΓ στο Γ τέμνει την ε στο Λ και την ευθεία ΑΒ στο Ε.

α) Να αποδείξετε ότι:

I. ΑΖ=ΑΕ (Μονάδες 8)

II. ΑΚ=ΑΛ (Μονάδες 7)

β) Ένας μαθητής κοιτώντας το σχήμα, διατύπωσε την άποψη ότι η ΑΘ είναι διχοτόμος της γωνίας Α του τριγώνου ΑΒΓ, όπου Θ το σημείο τομής των ΚΖ και ΕΛ. Συμφωνείτε με την παραπάνω σκέψη του μαθητή ή όχι; Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας.



(Μονάδες 10)

……

……

……

……

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

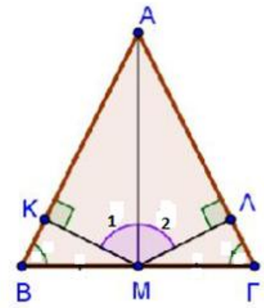
ΘΕΜΑ Α

Α1. α) στη μεσοκάθετό του

β) απόδειξη της παραπάνω πρότασης (πόρισμα ΙΙ Σελ.45 σχολικό)

Α2. α) Λ
β) Σ
γ) Λ
δ) Σ
ε) Σ

ΘΕΜΑ Β



α) τρίγωνα ΜΚΒ = ΜΛΓ γιατί:
1) ορθογώνια

2) ΜΒ = ΜΓ (Μ μέσο ΒΓ)

3) $\hat{\mathrm{B}} = \hat{\Gamma}$ (βρίσκονται στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ)

Άρα ΜΚ=ΜΛ

β) τρίγωνα ΑΚΜ = ΑΛΜ γιατί:

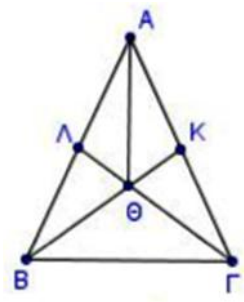
1) ορθογώνια

2) ΑΜ κοινή

3) ΜΚ = ΜΛ από α) ερώτημα

Άρα $\hat{\mathrm{M}}_1 = \hat{\mathrm{M}}_2$, δηλαδή η ΑΜ είναι διχοτόμος της γωνίας ΚΜΛ.

ΘΕΜΑ Γ



α) τρίγωνα ΛΒΓ = ΚΒΓ γιατί:

1) ΒΓ κοινή

2) ΒΛ = ΒΚ μισά των ίσων πλευρών ΑΒ και ΑΓ

3) $\hat{\mathrm{B}} = \hat{\Gamma}$ (βρίσκονται στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ)

β) από α) ερώτημα επειδή τα τρίγωνα ΛΒΓ και ΚΒΓ είναι ίσα θα είναι $\Theta\hat{\mathrm{B}}\Gamma = \Theta\hat{\Gamma}\mathrm{B}$

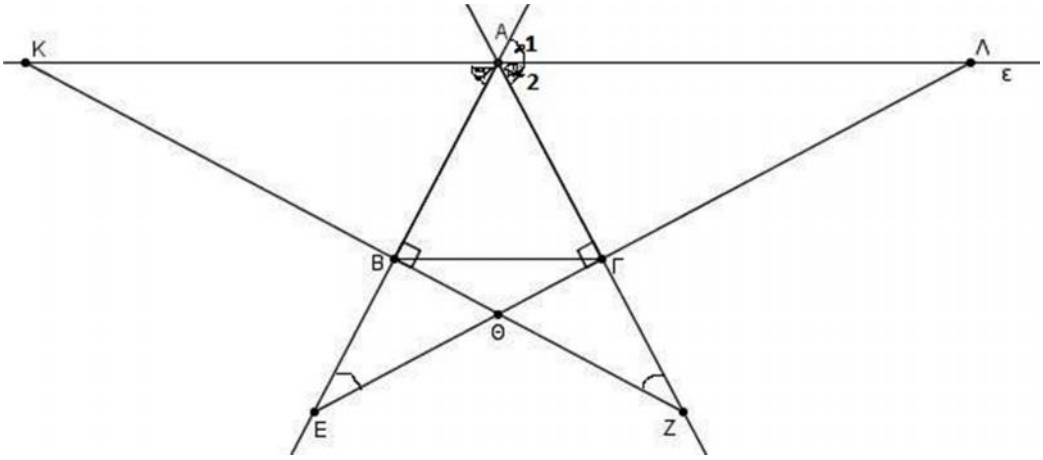
οπότε το τρίγωνο ΒΘΓ θα είναι ισοσκελές, άρα θα είναι ΒΘ = ΘΓ.

Άρα τρίγωνα ΑΒΘ = ΑΘΓ γιατί:

1) ΒΘ = ΘΓ
2) ΑΒ = ΑΓ (ΑΒΓ ισοσκελές)
3) ΑΘ κοινή

Μέσω κριτηρίου Π-Π-Π

ΘΕΜΑ Δ



α i) τρίγωνα ΑΒΖ = ΑΓΕ γιατί:

1) Ορθογώνια
2) ΑΒ = ΑΓ (ΑΒΓ ισοσκελές)
3) Γωνία Â κοινή

Άρα ΑΖ =ΑΕ

ii) τρίγωνα ΑΚΒ = ΑΛΓ γιατί:

1) Ορθογώνια
2) ΑΒ = ΑΓ (ΑΒΓ ισοσκελές)
3) $B\hat{A}K = \Gamma\hat{A}\Lambda = \dfrac{\hat{A}_{\varepsilon\xi}}{2}$

Άρα ΑΚ = ΑΛ

β) Για να είναι η ΑΘ διχοτόμος της γωνίας Â, δηλαδή το Θ να ανήκει στη διχοτόμο της γωνίας Â, θα πρέπει να δείξουμε σύμφωνα με γνωστό θεώρημα ότι το Θ ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας Â. Άρα αρκεί να δείξω ότι ΘΒ = ΘΓ ή ότι το τρίγωνο ΒΘΓ είναι ισοσκελές.

Ισχύει $A\hat{B}\Theta = A\hat{\Gamma}\Theta = 90^o$ (1) από δεδομένα και $A\hat{B}\Gamma = A\hat{\Gamma}B$ (2) γιατί βρίσκονται στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ. Άρα $\Theta\hat{B}\Gamma = A\hat{B}\Theta - A\hat{B}\Gamma = 90^o - A\hat{B}\Gamma$ (3)

Και $B\hat{\Gamma}\Theta = A\hat{\Gamma}\Theta - A\hat{\Gamma}B = 90^o - A\hat{\Gamma}B$ (4) . Από (3), (4) μέσω της (2), προκύπτει ότι $\Theta\hat{B}\Gamma = B\hat{\Gamma}\Theta$, άρα το τρίγωνο ΒΘΓ είναι ισοσκελές, δηλαδή ΘΒ = ΘΓ. Άρα το Θ ανήκει στη διχοτόμο της γωνίας Â, δηλαδή ΑΘ διχοτόμος της γωνίας Â.