ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΑΚΩΝ ΤΑΞΕΩΝ ΣΤΥΡΩΝ
3/6/2014
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Τετράγωνο λέγεται το παραλληλόγραμμο που είναι ορθογώνιο και ρόμβος.

(Μονάδες 02)

β) Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο, η διχοτόμος οποιασδήποτε γωνίας είναι και διάμεσος και ύψος.

(Μονάδες 02)

γ) Αν δυο τρίγωνα έχουν όλες τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.

(Μονάδες 02)

δ) Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο η διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.

(Μονάδες 02)

ε) Η διάμεσος ενός τραπεζίου είναι ίση με την ημιδιαφορά των βάσεων του.

(Μονάδες 02)

Α2. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ Β

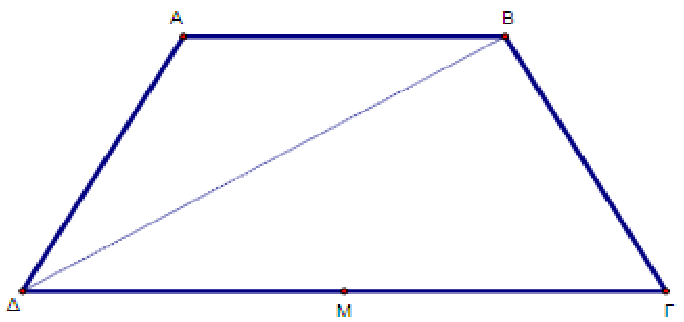
Στο τραπέζιο του παρακάτω σχήματος έχουμε ΑΒ=ΑΔ=$\frac{ΓΔ}{2}$, $\hat{Δ} = 60^\circ$ και Μ το μέσο της πλευράς ΓΔ.

Να αποδείξετε ότι:

α) η ΔΒ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{Δ}$, (Μονάδες 9)

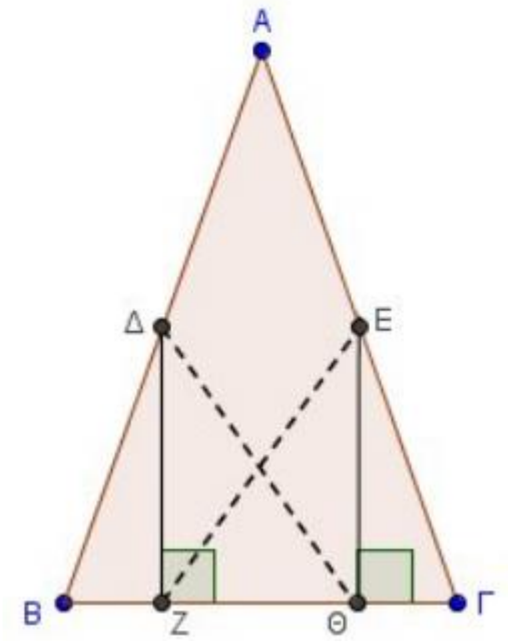
β) η ΒΜ χωρίζει το τραπέζιο σε ένα ρόμβο και ένα ισόπλευρο τρίγωνο.

(Μονάδες 16)



ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και Δ, Ε τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Από τα σημεία Δ και Ε φέρουμε τα κάθετα τμήματα ΔΖ και ΕΘ στη ΒΓ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:



Γ1. ΔΖ = ΕΘ (Μονάδες 12)

Γ2. ΔΘ = ΕΖ (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ Δ

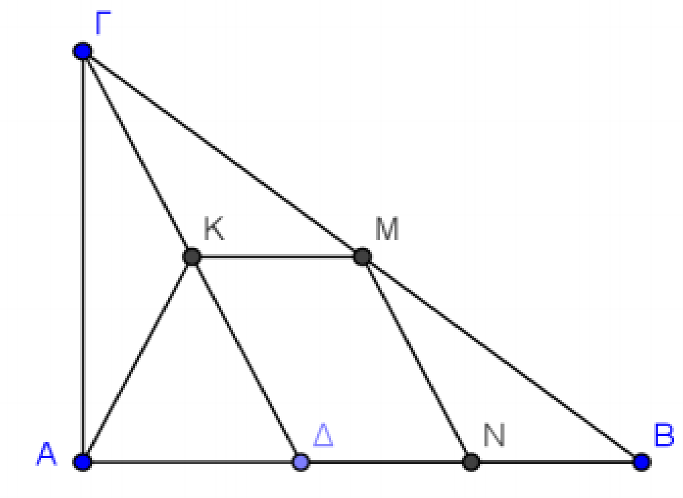
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με τη γωνία Α ορθή, και τυχαίο σημείο Δ της πλευράς ΑΒ. Έστω Κ, Μ, Ν τα μέσα των ΓΔ, ΒΓ, ΒΔ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΚΜΝΔ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)

β) Το τετράπλευρο ΑΚΜΝ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 9)

γ) Η διάμεσος του τραπεζίου ΑΚΜΝ είναι ίση με $\frac{AB}{2}$. (Μονάδες 8)



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ο ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Κόντος Γεώργιος

ΣΥΝΟΠΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Οι παρακάτω λύσεις είναι ενδεικτικές. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή. Το 2^o και 4^o θέμα που προέκυψαν μετά από τη σημερινή κλήρωση είναι τα: GI_A_GEO_2_6590 και GI_A_GEO_4_3820 αντίστοιχα.

ΘΕΜΑ Α

Α1. α) Σωστό
β) Λάθος
γ) Λάθος
δ) Σωστό
ε) Λάθος

Α2. Θεωρία σελ. 83

ΘΕΜΑ Β

α) Έστω $A\hat{B}\Delta = \hat{B}_1$ και ότι η ΔΒ χωρίζει τη γωνία Δ στις γωνίες $A\hat{\Delta}B = \hat{\Delta}_1$ και $B\hat{\Delta}\Gamma = \hat{\Delta}_2$.

Επειδή ΑΔ =ΑΒ (ΑΔΒ ισοσκελές) ισχύει $\hat{\Delta}_1 = \hat{B}_1$ (1) και αφού ΑΒ // ΔΓ (ΑΒΓΔ τραπέζιο) θα ισχύει $\hat{\Delta}_2 = \hat{B}_1$(2). Από (1), (2) προκύπτει $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2$, δηλαδή ΔΒ διχοτόμος της γωνίας Δ.

β) Φέρνω τη ΒΜ. Το ΑΒΜΔ είναι παραλληλόγραμμο γιατί ΑΒ // ΔΜ (ΑΒΓΔ τραπέζιο) και ΑΒ = $\frac{\Delta\Gamma}{2}$ = ΔΜ (δεδομένα). Επίσης ΑΒ = ΑΔ (δεδομένα) άρα το ΑΒΜΔ είναι παραλληλόγραμμο με δυο διαδοχικές πλευρές ίσες, δηλαδή ρόμβος.
Επίσης ΒΜ = ΜΔ γιατί το ΑΒΜΔ ρόμβος και ΜΔ = ΔΓ (δεδομένα). Άρα ΒΜΓ ισοσκελές. Ακόμα επειδή $B\hat{M}\Gamma = A\hat{\Delta}\Gamma = 60^o$. Άρα ΒΜΓ ισοσκελές με μια γωνία 60^o δηλαδή ισόπλευρο.

ΘΕΜΑ Γ

α) Συγκρίνω τα ορθογώνια τρίγωνα ΔΖΒ ($\Delta\hat{Z}B = 90^o$) και ΕΘΓ ($E\hat{\Theta}\Gamma = 90^o$).
Έχουν 1) ΔΒ = ΕΓ μισά των ίσων πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα (Δ, Ε τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ από δεδομένα) και $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ αφού ΑΒΓ ισοσκελές. Άρα ΔΖ = ΕΘ.

β) <u>$1^{ος}$ τρόπος</u>
Το ΔΕΘΖ είναι παραλληλόγραμμο γιατί ΔΖ = ΕΘ από α) ερώτημα και ΔΖ // ΕΘ (κάθετες στην ΒΓ). Άρα το ΔΕΘΖ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο γιατί είναι παραλληλόγραμμο με μία ορθή π. χ. την $\Delta\hat{Z}B$. Άρα ΔΘ = ΕΖ διαγώνιες ορθογώνιου παραλληλόγραμμου.

<u>$2^{ος}$ τρόπος</u>
Συγκρίνω τα τρίγωνα ΔΒΘ και ΕΖΓ. Έχουν
1) $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ (ΑΒΓ ισοσκελές)
2) ΔΒ = ΕΓ από α) ερώτημα και
3) ΘΒ = ΖΓ (άθροισμα ίσων τμημάτων ΘΒ = ΒΖ + ΖΘ και ΖΓ =ΖΘ +ΘΓ)
Τελικά τα τρίγωνα ΔΒΘ και ΕΖΓ (Π-Γ-Π) είναι ίσα και άρα ΔΘ = ΕΖ.

ΘΕΜΑ Δ

α) Είναι ΚΜ // = $\frac{\Delta B}{2}$ = ΔΝ γιατί στο τρίγωνο ΔΓΒ τα Κ, Μ είναι μέσα των πλευρών ΓΔ και ΓΒ αντίστοιχα. Άρα ΚΜΝΔ παραλληλόγραμμο.
β) Το ΚΜ // ΑΝ από α) ερώτημα άρα ΑΚΜΝ τραπέζιο.
Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ η ΑΚ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ΔΓ, οπότε είναι ΑΚ $= \frac{\Delta\Gamma}{2} =$ ΚΔ και ΚΔ = ΜΝ από ΚΜΝΔ παραλληλόγραμμο. Άρα ΑΚ = ΜΝ δηλαδή το ΑΚΜΝ είναι ισοσκελές τραπέζιο.
γ) Έστω Ε, Ζ τα μέσα των ΑΚ, ΜΝ αντίστοιχα. Τότε ΕΖ = $\frac{KM + AN}{2}$ = $\frac{\Delta N + AN}{2} = \frac{AN + NB}{2} = \frac{AB}{2}$ γιατί ΚΜ = ΔΝ από α) ερώτημα και ΔΝ = ΝΒ από δεδομένα.