

ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ: 2 ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΩΡΕΣ + 1 ΩΡΑ ΓΙΑ ΠΙΟ ΣΥΝΘΕΤΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ: 1) ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΚΟΛΟΥΘΙΑΣ, 2) ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΑΚΟΛΟΥΘΙΑΣ

ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ: Οι μαθητές να μπορούν:

- 1) να μάθουν ποια ακολουθία είναι η γεωμετρική πρόοδος (Γ. Π.) (να διατυπώνουν τον ορισμό της)
- 2) να αποδεικνύουν τον τύπο $a_n = a_1 \cdot \lambda^{n-1}$
- 3) να βρουν το γεωμετρικό μέσο μιας Γ. Π. και να αποδεικνύουν την ισοδυναμία: α, β, γ διαδοχικοί όροι Γ. Π. αν και μόνο αν $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$
- 4) να ανακαλύψουν και να αποδεικνύουν τον τύπο του αθροίσματος n όρων Γ. Π.
- 5) να εφαρμόζουν τους τύπους που έμαθαν επιλύοντας προβλήματα της καθημερινότητας

ΔΙΔΑΚΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ: ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΜΕΘΟΔΟΣ: ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ, ΑΝΑΚΑΛΥΠΤΙΚΗ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ: Οι εφαρμογές του Φύλλου εργασίας να λυθούν από τους μαθητές την ώρα της παρουσίασης της ενότητας. Για περαιτέρω εμπάθυνση και εργασία στο σπίτι να γίνει επιλογή από τις ασκήσεις του σχολικού βιβλίου

ΑΝΑΤΡΟΦΟΔΟΤΗΣΗ-ΕΛΕΓΧΟΣ ΓΝΩΣΕΩΝ: Ολιγόλεπτη δοκιμασία στο τέλος της 3ης διδακτικής ώρας.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟ

1) Παρατηρήστε την ακολουθία αριθμών **3, 6, 12, 24,.....** Πως προκύπτει ο κάθε όρος από τον προηγούμενό του;

Πιθανές απαντήσεις που έχουν ακουστεί στην τάξη

1) Παρατηρούμε ότι η παραπάνω ακολουθία «ανεβαίνει» πολλαπλασιάζοντας κάθε φορά με το **2**

2) Κάθε επόμενος όρος της ακολουθίας προκύπτει πολλαπλασιάζοντας τον προηγούμενο όρο με τον αριθμό **2**

3) Επίσης παρατηρούμε ότι $\frac{6}{3} = 2$, $\frac{12}{6} = 2$, $\frac{24}{12} = 2$, κ.ο.κ.

Μια τέτοια ακολουθία αριθμών, όπως η παραπάνω λέγεται **Γεωμετρική Πρόοδος** με πρώτο όρο $a_1 = 3$. Τον αριθμό 2 με τον οποίο «ανεβαίνει» η γεωμετρική πρόοδος τον λέμε **λόγο της προόδου** και τον

συμβολίζουμε με το γράμμα λ . **Γενικά έχουμε ότι:** $\frac{a_{v+1}}{a_v} = \lambda$.

2) Να γράψετε μια σχέση που να συνδέει κάθε όρο με τον a_1 και τον αριθμό λ ... (Παρατηρήστε: $a_1 = 3$,

$a_2 = 6 = 3 \cdot 2^1$, $a_3 = 12 = 3 \cdot 2^2$, $a_4 = 24 = 3 \cdot 2^3$, κ. ο. κ

Ποιος είναι ο $a_5 =$

3) Στην ακολουθία της προηγούμενης ερώτησης, να υπολογίσετε τον 6^ο και τον 11^ο όρο (τους a_6 και a_{11} αντίστοιχα).

4) Στην ίδια ακολουθία, θέλουμε να υπολογίσουμε τον όρο που έχει τάξη 15 (το δέκατο πέμπτο όρο δηλαδή, τον a_{15}). Πως θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί αυτό στο συντομότερο δυνατό χρόνο;

Με παρόμοιο τρόπο γενικά:

5) Να βρείτε μια σχέση, η οποία, σε οποιαδήποτε γεωμετρική πρόοδο, να μας δίνει το νιοστό όρο (a_n), όταν γνωρίζουμε τον πρώτο όρο a_1 και το λόγο λ της προόδου

6) Στην ίδια πρόοδο να γράψετε τρεις διαδοχικούς όρους. Ποια σχέση συνδέει το μεσαίο όρο με τους δύο άλλους; Να επαναλάβετε και για άλλες τριάδες. Ποιος κανόνας φαίνεται να ισχύει; Αποδείξτε αυτό τον κανόνα για τρεις τυχαίους διαδοχικούς όρους μιας γεωμετρικής προόδου (α, β, γ)

Εφαρμογές:

A) Να υπολογίσετε τον 8^ο όρο (τον a_8) της προόδου 1, -2, 4,.....

B) Να εξετάσετε αν υπάρχει όρος της προηγούμενης προόδου που να έχει τιμή -8192.

Γ) Αν $x+4, x+6, x+2$ αποτελούν διαδοχικούς όρους μιας γεωμετρικής προόδου, να βρείτε τον αριθμό x .

2ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟ

1) Υπάρχει μια διήγηση για τον τρόπο, με τον οποίο ένα παιδί στην ηλικία σας κατάφερε να υπολογίσει το άθροισμα όλων των όρων της γεωμετρικής προόδου 1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, όταν ήταν στο σχολείο ($\lambda = 3$). Συγκεκριμένα έγραψε το άθροισμα $S_7 = 1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729$ (1) και στη συνέχεια αντί να προσθέσει τους αριθμούς αυτούς με το γνωστό τρόπο, πολλαπλασίασε τους παραπάνω προσθετέους με 3, οπότε βρήκε

3· $S_7 = 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 + 2187$ (2). Στη συνέχεια αφαίρεσε την (1) από την (2) δηλαδή

3· $S_7 - S_7 = \dots$ και βρήκε τελικά ότι το άθροισμα S_7 είναι ίσο με

Να σχολιάσετε τη μέθοδό του

.....

.....

.....

.....

.....

Να γράψετε έναν τύπο με τον οποίο μπορούμε να υπολογίσουμε το άθροισμα n όρων μιας γεωμετρικής προόδου, αν είναι γνωστοί οι όροι a_1 , ο λόγος λ καθώς και το πλήθος n των όρων. Να αποδείξετε τον τύπο που βρήκατε στην προηγούμενη ερώτηση και να τον εκφράσετε ως προς a_1 , n και λ όπου λ ο λόγος της γεωμετρικής προόδου.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) Να υπολογίσετε το άθροισμα $1 + 2 + 4 + \dots$ μέχρι και τον 10° όρο (a_{10}) της προόδου.

Εφαρμογές

A) Να υπολογίσετε το άθροισμα $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{256}$.

B) Να βρεθεί γεωμετρική πρόοδος στην οποία η διαφορά του 1ου όρου από τον 3ο είναι 9 και του 3ου από τον 5ο όρο είναι 36.

Γ) Ο Πέτρος γιορτάζοντας τα 12^α γενέθλιά του, ζήτησε από τους γονείς του για δώρο 45€ και κάθε επόμενη γενέθλια να του αυξάνουν το ποσό κατά 15€ μέχρι να γιορτάσει τα 21^α γενέθλιά του. Ο πατέρας του αντιπρότεινε τα εξής: «θα σου δώσω τώρα 5€ και κάθε επόμενη γενέθλιά σου θα σου διπλασιάσω το προηγούμενο ποσό». Ο Πέτρος σκέφτηκε λίγο και απέρριψε την πρόταση του πατέρα του πιστεύοντας ότι μέχρι να γιορτάσει τα 18^α γενέθλιά του με τη δική του πρόταση θα έχει πάρει περισσότερα χρήματα.

α) Δικαιολογήστε γιατί συμφωνείτε ή διαφωνείτε με την πρόταση του Πέτρου.

β) Πόσα χρήματα θα πάρει με τη δική του πρόταση έως και τα 21^α γενέθλιά του και πόσα θα έπαιρνε με την πρόταση του πατέρα του.