<u>ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ</u>

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ: 2 ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΩΡΕΣ + 1 ΩΡΑ ΓΙΑ ΠΙΟ ΣΥΝΘΕΤΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ: 1) ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΚΟΛΟΥΘΙΑΣ, 2) ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΑΚΟΛΟΥΘΙΑΣ

ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ: Οι μαθητές να μπορούν:

1) να μάθουν ποια ακολουθία είναι η αριθμητική πρόοδος (Α.Π.) (να διατυπώνουν τον ορισμό της)

2) να αποδεικνύουν τον τύπο $α_ν = α_1 + (ν-1)ω$

3) να βρουν τον αριθμητικό μέσο μιας Α.Π. και να αποδεικνύουν την ισοδυναμία: α, β, γ διαδοχικοί όροι Α.Π. αν και μόνο αν $2β = α + γ$

4) να ανακαλύψουν, μέσω συγκεκριμένου παραδείγματος, αλλά και να μπορούν να αποδεικνύουν τον τύπο αθροίσματος ν όρων αριθμητικής προόδου

5) να εφαρμόζουν τους τύπους που έμαθαν επιλύοντας προβλήματα της καθημερινότητας

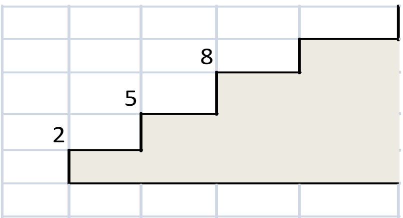
ΔΙΔΑΚΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ: ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΜΕΘΟΔΟΣ: ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ, ΑΝΑΚΑΛΥΠΤΙΚΗ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ: Οι Εφαρμογές του Φύλλου Εργασίας να λυθούν από τους μαθητές την ώρα της Διδασκαλίας. Για περαιτέρω εμβάθυνση και εργασία στο σπίτι να γίνει επιλογή από τις ασκήσεις του σχολικού βιβλίου.

ΑΝΑΤΡΟΦΟΔΟΤΗΣΗ-ΕΛΕΓΧΟΣ ΓΝΩΣΕΩΝ: ΟΛΙΓΟΛΕΠΤΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΜΕΤΑ ΤΟ ΠΕΡΑΣ ΤΩΝ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΩΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΩΡΩΝ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟ (1^η διδακτική ώρα)



Στο διπλανό σχήμα υπάρχει μια σκάλα και δίνεται το ύψος του πρώτου, του δεύτερου και του τρίτου σκαλιού από το έδαφος. Ποιο θα είναι το ύψος του τέταρτου σκαλιού, του πέμπτου κ.τ.λ. Μπορείτε να υπολογίσετε με την ίδια ευκολία το ύψος του τετρακοσιοστού πέμπτου σκαλιού; Γενικά τι παρατηρείτε;
....

Πιθανές απαντήσεις που έχουν ακουστεί στην τάξη

1) Παρατηρούμε ότι η παραπάνω ακολουθία «ανεβαίνει» ανά **3**

2) Κάθε επόμενος όρος της ακολουθίας προκύπτει προσθέτοντας τον αριθμό **3** στον προηγούμενο όρο

3) Επίσης παρατηρούμε ότι 5 - 2 = **3**, 8 - 5 = **3**, 11 - 8 = **3**, κ.ο.κ.

Μια τέτοια ακολουθία αριθμών, όπως η παραπάνω λέγεται **Αριθμητική Πρόοδος** με πρώτο όρο $\boldsymbol{\alpha_1 = 2}$. Τον αριθμό 3 με τον οποίο «ανεβαίνει» η αριθμητική πρόοδος τον λέμε **διαφορά της προόδου** και τον συμβολίζουμε με το γράμμα **ω. Γενικά έχουμε ότι:** $\boldsymbol{\alpha_{\nu+1} - \alpha_\nu = \omega}$.

1) Παρατηρήστε ξανά την ακολουθία αριθμών **2, 5, 8, 11**,………. Να γράψετε μια σχέση, που να συνδέει κάθε όρο με τον επόμενό του… (Έχουμε: $\alpha_1 = \mathbf{2}$, $\alpha_2 = \mathbf{5} = 2 + 1\cdot 3$, $\alpha_3 = \mathbf{8} = 2 + 2 \cdot 3$, $\alpha_4 = \mathbf{11} = 2 + 3 \cdot 3$,
Βρείτε τον α_5 = ……………………………………………………… κ. ο. κ

2) Στην ακολουθία της προηγούμενης ερώτησης, να υπολογίσετε τον 6^ο και τον 11^ο όρο (τους α_6 και α_{11} αντίστοιχα).
…………………………………………………………………………………………..............
..............…………………………………………………

3) Στην ίδια ακολουθία, θέλουμε να υπολογίσουμε τον όρο που έχει τάξη 1001 (τον χιλιοστό πρώτο όρο δηλαδή, τον α_{1001}). Πως θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί αυτό στο συντομότερο δυνατό χρόνο;…………………………………………

4) Να βρείτε μια σχέση, η οποία, στην προηγούμενη αριθμητική πρόοδο, να μας δίνει το νιοστό όρο (α_ν), όταν γνωρίζουμε τον πρώτο όρο $\alpha_1 = 2$ και τη διαφορά ω = 3 της προόδου
α_ν = ...

Με παρόμοιο τρόπο γενικά:

5) Να βρείτε μια σχέση, η οποία σε οποιαδήποτε αριθμητική πρόοδο, να μας δίνει το νιοστό όρο (α_ν), όταν γνωρίζουμε τον πρώτο όρο α_1 και τη διαφορά ω της προόδου
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………

Στην ίδια πρόοδο **2, 5, 8, 11**,…να επιλέξετε τρεις διαδοχικούς όρους. Ποια σχέση συνδέει το μεσαίο όρο με τους δύο άλλους; Να επαναλάβετε και για άλλες τριάδες. Ποιος κανόνας φαίνεται να ισχύει; Αποδείξετε αυτό τον κανόνα για τρεις τυχαίους διαδοχικούς όρους μιας αριθμητικής προόδου (α, β, γ)
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………

Εφαρμογές:

Α) Να υπολογίσετε τον 50^ο όρο (τον α_{50}) της προόδου 4, 1, -2, -5,……..

Β) Να εξετάσετε αν υπάρχει όρος της προηγούμενης προόδου που να έχει τιμή -893.

Γ) Αν 2x + 1, 3x – 5, 2 – x αποτελούν διαδοχικούς όρους μιας αριθμητικής προόδου, να βρείτε τον αριθμό x.

Κόντος Γεώργιος
Μαθηματικός-Med

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟ ($2^η$ διδακτική ώρα)

1) Υπάρχει μια διήγηση για τον τρόπο, με τον οποίο ένας μεγάλος μαθηματικός κατάφερε να υπολογίσει το άθροισμα όλων των ακεραίων από το 1 μέχρι και το 100, όταν ήταν ακόμη στο δημοτικό. Συγκεκριμένα έγραψε το άθροισμα **1 + 2 + 3 + ……+ 98 + 99 + 100** και στη συνέχεια αντέστρεψε τη σειρά των όρων, έτσι ώστε το άθροισμα να γίνει **100 + 99 + 98 +……+ 3 + 2 + 1**. Στη συνέχεια παρατήρησε ότι αν προσθέσει κατακόρυφα τους όρους θα έχει συνολικά 100 φορές το 101. Εκείνος λοιπόν πολλαπλασίασε $50 \cdot 101$ και βρήκε το άθροισμα. Να σχολιάσετε τη μέθοδό του

……

……

2) Να υπολογίσετε το άθροισμα **2 + 5 + 8 +………** μέχρι και τον 100^o όρο (α_{100}) της προόδου.

Να γράψετε έναν τύπο με τον οποίο μπορούμε να υπολογίσουμε το **άθροισμα ν όρων** μιας αριθμητικής προόδου, αν είναι γνωστοί οι όροι α_1 και α_ν καθώς και το πλήθος ν των όρων. Να αποδείξετε τον τύπο που βρήκατε στην προηγούμενη ερώτηση και να τον εκφράσετε ως προς α_1 , ν και ω όπου ω η διαφορά της αριθμητικής
προόδου…………………………………………………………………………………...

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

Εφαρμογές

Α) Να υπολογίσετε το άθροισμα 4 + 1 – 2 – 5……….. για πλήθος ν = 40. (το S_{40})

Β) Πόσους όρους θα πρέπει να προσθέσουμε από την προηγούμενη αριθμητική πρόοδο, για να έχουμε άθροισμα -14450;

Κόντος Γεώργιος
Μαθηματικός-Med