ΛΥΚΕΙΑΚΕΣ ΤΑΞΕΙΣ ΣΤΥΡΩΝ ΤΑΞΗ Β΄ 2η ομάδα
ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ..
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ...

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω το γραμμικό σύστημα $\begin{cases} \alpha\chi + \beta\psi = \gamma \\ \alpha'\chi + \beta'\psi = \gamma' \end{cases}$, με D την ορίζουσα του συστήματος και D_x, D_ψ τις αντίστοιχες ορίζουσες ως προς χ, ψ.

Να συμπληρωθούν τα κενά στις παρακάτω προτάσεις με το κατάλληλο σύμβολο.

α) Αν D......0, τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση.

β) Αν D…..0 και Dx…..0 ή D_{ψ}......0, τότε το σύστημα είναι αδύνατο.

γ) Αν το σύστημα έχει άπειρο πλήθος λύσεων, τότε D….0 και D_X….0 και D_ψ…..0.

(μονάδες 2+2+2)

Α2. Αν ένα γραμμικό σύστημα 2x2 έχει D = 3, D_x = -2 και D_y = 0, ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Α) Το σύστημα είναι αδύνατο.

Β) Το σύστημα είναι αόριστο.

Γ) Το σύστημα έχει μηδενική λύση.

Δ) Η λύση του συστήματος είναι $(x, y) = \left(-\frac{2}{3}, 0\right)$

(μονάδες 2)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το σύστημα : $\begin{cases} x + \lambda y = 2 \\ 2x + \lambda^2 y = \lambda + 2 \end{cases}$ με $\lambda \in R$.

Β1. Αποδείξτε για την ορίζουσα D ότι ισχύει D = λ·(λ-2) και υπολογίστε τις ορίζουσες D_x και D_y.

(μονάδες 3+2+2)

Β2. Για ποια τιμή του $\lambda \in R$ το σύστημα είναι αόριστο και για ποια είναι αδύνατο;

(μονάδες 2)

Β3. Για την τιμή του $\lambda \in R$ για την οποία το σύστημα είναι αόριστο, να γράψετε την μορφή των άπειρων λύσεων (x, y). **(μονάδες 3)**

ΘΕΜΑ Α

Α.1.

α. $D \neq 0$

β. $D = 0$, $D_x \neq 0$ ή $Dy \neq 0$

γ. $D = 0$ και $D_x = 0$ και $Dy = 0$

Α.2. Επειδή $D = 3 \neq 0$, το σύστημα έχει μοναδική λύση $x = \frac{D_x}{D} = -\frac{2}{3}$ και $y = \frac{Dy}{D} = \frac{0}{3} = 0$

Άρα σωστό το **δ**

ΘΕΜΑ Β

$$\begin{cases} x + \lambda y = 2 \\ 2x + \lambda^2 y = \lambda + 2 \end{cases} \quad \text{με } \lambda \in R$$

Β1. $D = \lambda^2 - 2\lambda = \lambda\cdot(\lambda-2)$ $\quad D_x = ...= \lambda^2 - 2\lambda = \lambda\cdot(\lambda-2)$, $Dy = \lambda + 2 - 4 = \lambda - 2$

Β2. Το σύστημα είναι αόριστο όταν $D = 0$ και $D_x = 0$ και $Dy = 0 \Leftrightarrow \lambda = 2$ κοινή λύση

Το σύστημα είναι αδύνατο όταν $D = 0$, $D_x \neq 0$ ή $Dy \neq 0 \Leftrightarrow \lambda = 0$, αφού τότε είναι $D = 0$ και $Dy \neq 0$

Β3. Το σύστημα είναι αόριστο όταν $\lambda = 2$ από το προηγούμενο ερώτημα.

Για $\lambda = 2$ το σύστημα γίνεται $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x + 4y = 4 \end{cases}$ και με αντίθετους συντελεστές προκύπτει

$0x + 0y = 0$ δηλαδή αόριστο. Επιλέγω την πρώτη εξίσωση και λύνω ως προς x.

Έχω: $x = 2 - 2y$. Άρα αν υποθέσουμε ότι $y = \kappa$, $\kappa \in R$, οι άπειρες λύσεις θα είναι της μορφής

$(x, y) = (2 - 2\kappa, \kappa)$, $\kappa \in R$.