ΛΥΚΕΙΑΚΕΣ ΤΑΞΕΙΣ ΣΤΥΡΩΝ ΤΑΞΗ Β΄ 1η ομάδα
ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ...
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ..

<u>**ΘΕΜΑ**</u> Α

Α1. Έστω το γραμμικό σύστημα $\begin{cases} \alpha\chi + \beta\psi = \gamma \\ \alpha'\chi + \beta'\psi = \gamma' \end{cases}$, με D την ορίζουσα του συστήματος και D_x, D_ψ τις αντίστοιχες ορίζουσες ως προς χ, ψ.

Α1.α) Αν $D \neq 0$ τι συμπέρασμα βγάζετε ως προς τη λύση του συστήματος; Να γράψετε τους τύπους για την λύση (χ, ψ).

Α1.β) Αν D = 0 τι συμπέρασμα βγάζετε ως προς τη λύση του συστήματος; Γράψτε αναλυτικά πότε το σύστημα είναι αόριστο και πότε αόριστο.

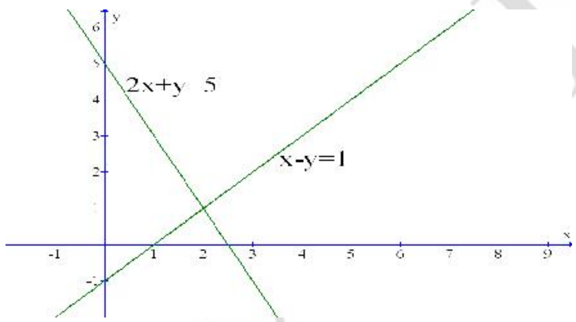
(μονάδες 2+2+2)

Α2. Ποιο από τα ζεύγη (x, y) επαληθεύει και τις δυο εξισώσεις του σχήματος;

x – y = 1 και 2x + y = 5

Α. (x, y) = (5, 0), Β. (x, y) = (–1, 2), Γ. (x, y) = ($\frac{5}{2}$, 5), Δ. (x, y) = (2, 1),

Ε. (x, y) = (2, –1).



(μονάδες 2)

<u>**ΘΕΜΑ**</u> Β

Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} \lambda\chi - \psi = 1 \\ \chi + \lambda\psi = \lambda \end{cases}$, με $\lambda \in R$.

Β1. Να βρείτε την ορίζουσα D του συστήματος και να δείξετε ότι είναι D > 0 για κάθε $\lambda \in R$.

(μονάδες 2+2)

Β2. Να αποδείξετε ότι το σύστημα έχει λύση την (χ, ψ) = $\left(\frac{2\lambda}{\lambda^2 + 1}, \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 + 1} \right)$ **(μονάδες 4)**

Β3. Να βρείτε το $\lambda \in R$ ώστε οι λύσεις του συστήματος να έχουν άθροισμα 1. **(μονάδες 4)**

ΘΕΜΑ Α

Α.1. α. Αν D ≠ 0 το σύστημα έχει μοναδική λύση x = $\frac{D_x}{D}$ και y = $\frac{Dy}{D}$

β. Αν D = 0 το σύστημα θα είναι αδύνατο ή αόριστο. Συγκεκριμένα αν D = 0 $D_x \neq 0$, ή

$Dy \neq 0$ το σύστημα είναι αδύνατο, ενώ αν D = 0 και $D_x = 0$ και $Dy = 0$ το σύστημα είναι αόριστο.

Α.2. Επειδή D = 3 ≠ 0, το σύστημα έχει μοναδική λύση x = $\frac{D_x}{D} = \frac{6}{3} = 2$ και y = $\frac{Dy}{D} = \frac{3}{3} = 1$

Άρα σωστό το **δ**

ΘΕΜΑ Β

$$\begin{cases} x + \lambda y = 2 \\ 2x + \lambda^2 y = \lambda + 2 \end{cases} \quad \text{με } \lambda \in R$$

Β1. D = $\lambda^2 + 1 > 0$, αφού για κάθε $\lambda \in R$,

$\lambda^2 \geq 0 \Leftrightarrow$

$\lambda^2 + 1 \geq 0 + 1 \Leftrightarrow$

$\lambda^2 + 1 \geq 1 > 0$

$D_x = ...= 2\lambda$, $Dy = \lambda^2 - 1$.

Β2. Επειδή D = $\lambda^2 + 1 \neq 0$ το σύστημα έχει μοναδική λύση x = $\frac{D_x}{D} = \frac{2\lambda}{\lambda^2+1}$ και y = $\frac{Dy}{D} =$ $\frac{\lambda^2-1}{\lambda^2+1}$.

Β3. Ισχύει x + y = 1 $\Leftrightarrow \frac{2\lambda}{\lambda^2+1} + \frac{\lambda^2-1}{\lambda^2+1} = 1 \Leftrightarrow \frac{\lambda^2+2\lambda-1}{\lambda^2+1} = 1 \Leftrightarrow \lambda^2 + 2\lambda - 1 = \lambda^2 + 1 \Leftrightarrow$

$\lambda^2 + 2\lambda - 1 - \lambda^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\lambda - 2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 1$