

ΟΛΙΓΟΛΕΠΤΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΣΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΣΟΣΤΑ

ΓΥΜΝΑΣΙΟ

A

ΤΜΗΜΑ Α.....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ.....

ΑΣΚΗΣΗ

Σε ένα πολυκατάστημα ηλεκτρικών συσκευών η έκπτωση που ισχύει για όλες τις συσκευές είναι 20 %. Να βρείτε:

- A) την τελική τιμή μιας τηλεόρασης αξίας 1200 € (μονάδες 8)
- B) την αρχική τιμή ενός στερεοφωνικού συγκροτήματος που μετά την έκπτωση πωλείται στην τελική τιμή των 640 € (μονάδες 8)
- Γ) την αρχική τιμή ενός προϊόντος στο οποίο γίνεται έκπτωση 190 € (μονάδες 4)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ - ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

ΙΣΧΥΟΥΝ:

- 1) ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ + Φ.Π.Α. = ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ
- 2) ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ – ΕΚΠΤΩΣΗ = ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ
- 3) ΑΡΧΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ + ΤΟΚΟΣ = ΤΕΛΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ
- 4) ΤΟΚΟΣ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ ΕΝΟΣ ΕΤΟΥΣ = ΕΠΙΤΟΚΙΟ · ΑΡΧΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ
- 5) ΤΟΚΟΣ ΜΕΤΑ ΑΠΟ κ ΜΗΝΕΣ = $\frac{\kappa}{12}$ · ΕΠΙΤΟΚΙΟ · ΑΡΧΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ

Όταν έχουμε γνωστό το ποσοστό του Φ.Π.Α., της ΕΚΠΤΩΣΗΣ, του ΕΠΙΤΟΚΙΟΥ, κ.ο.κ. για να βρούμε το Φ.Π.Α., την ΕΚΠΤΩΣΗ, το ΕΠΙΤΟΚΙΟ πολλαπλασιάζουμε ΠΑΝΤΑ το αντίστοιχο ποσοστό με την ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ είτε τη γνωρίζουμε είτε όχι. Στην περίπτωση που δε γνωρίζουμε την αρχική τιμή υποθέτουμε ότι είναι X.

A.

1ος τρόπος: Γνωρίζουμε ότι: ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ - ΕΚΠΤΩΣΗ = ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ

Αφού το ποσοστό της ΕΚΠΤΩΣΗΣ είναι 20% για να βρούμε την ΕΚΠΤΩΣΗ έχουμε:

$$20\% \cdot 1200 = \frac{20}{100} \cdot 1200 = \frac{24000}{100} = 240 \text{ €}$$

Άρα ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ = ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ - ΕΚΠΤΩΣΗ = 1200 - 240 = 960 €

2^{ος} τρόπος: Αφού γνωρίζουμε ότι η ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ είναι το 100% της αρχικής τιμής και το ποσοστό της ΕΚΠΤΩΣΗΣ είναι 20% η ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ θα είναι το 80% της αρχικής τιμής.

$$\begin{aligned} \text{Άρα κατευθείαν: ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ} &= 80\% \cdot \text{ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ} = 80\% \cdot 1200 = \frac{80}{100} \cdot 1200 = \\ \frac{96000}{100} &= 960 \text{ €} \end{aligned}$$

3^{ος} τρόπος: με ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ (ΜΕΘΟΔΟΣ ΧΙΑΣΤΙ)

Στα 100 € ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ έχουμε έκπτωση 20 €

Άρα ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ 80 €

Στα 1200 € ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ

πόσο (X) η ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ ;

$$\text{Άρα: } \frac{100}{1200} = \frac{80}{X}$$

$$100 \cdot X = 80 \cdot 1200$$

$$100 \cdot X = 96000$$

$$X = 960 \text{ €}$$

B.

Εδώ έχουμε γνωστά, το ποσοστό της ΕΚΠΤΩΣΗΣ 20% και την ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ που είναι 640 €. ΑΡΑ ψάχνουμε την ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ.

1^{ος} τρόπος: Έστω X η ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ τότε η ΕΚΠΤΩΣΗ που αντιστοιχεί στην αρχική τιμή

$$X \text{ θα είναι } 20\% \cdot X = \frac{20}{100} \cdot X$$

Οπότε ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ - ΕΚΠΤΩΣΗ = ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ

$$X - \frac{20}{100} \cdot X = 640$$

$$X - 0,2 \cdot X = 640$$

$$(1 - 0,2) \cdot X = 640$$

$$0,8 \cdot X = 640$$

$$X = 640 : 0,8$$

$$X = 800 \text{ €}$$

2ος τρόπος: με ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ (ΜΕΘΟΔΟΣ ΧΙΑΣΤΙ)

Στα 100 € ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ έχουμε 20 € ΕΚΠΤΩΣΗ

ΑΡΑ ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ 80 €

Από πόσα; (X) € ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ

θα έχουμε 640 € ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ

$$\frac{100}{X} = \frac{80}{640}$$

$$80 \cdot X = 640 \cdot 100$$

$$80 \cdot X = 64000$$

$$X = 64000 : 80$$

$$X = 800 \text{ €}$$

Γ.

Εδώ έχουμε γνωστά, το ποσοστό της ΕΚΠΤΩΣΗΣ 20% και το ποσό της ΕΚΠΤΩΣΗΣ που είναι 190 €. Άγνωστος είναι η ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ. Έστω X η ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ του προϊόντος.

1ος τρόπος:

Αν X η ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ, τότε η ΕΚΠΤΩΣΗ που αντιστοιχεί στην αρχική τιμή X θα είναι:

$$20\% \cdot X = \frac{20}{100} \cdot X$$

$$\text{ΑΡΑ: } \frac{20}{100} \cdot X = 190$$

$$0,2 \cdot X = 190$$

$$X = 190 : 0,2$$

$$X = 950 \text{ €}$$

2ος τρόπος: Με ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ (ΜΕΘΟΔΟΣ ΧΙΑΣΤΙ)

Στα 100 € ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ

έχουμε 20 € ΕΚΠΤΩΣΗ

Στα πόσα; (X) € ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ

θα έχουμε 190 € ΕΚΠΤΩΣΗ

$$\frac{100}{X} = \frac{20}{190}$$

$$20 \cdot X = 190 \cdot 100$$

$$20 \cdot X = 19000$$

$$X = 19000 : 20$$

$$X = 950 \text{ €}$$

ΚΑΙ ΜΙΑ ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΑΣΚΗΣΗ

Καταθέτουμε στην τράπεζα ένα κεφάλαιο 20.000 €. Το επιτόκιο της τράπεζας είναι σταθερό και είναι ίσο με 3%. Αν είναι γνωστό ότι στην τράπεζα οι τόκοι κεφαλαιοποιούνται (προστίθενται δηλαδή στο κεφάλαιο), να βρείτε:

A) τον τόκο και το κεφάλαιο που θα έχουμε στην τράπεζα στο τέλος του πρώτου χρόνου

B) το κεφάλαιο που θα έχουμε μετά από δεκαοκτώ (18) μήνες

ΛΥΣΗ

A)

Γνωρίζουμε ότι:

$$1) \text{ ΑΡΧΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ} + \text{ ΤΟΚΟΣ} = \text{ ΤΕΛΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ}$$

$$2) \text{ ΤΟΚΟΣ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ ΕΝΟΣ ΕΤΟΥΣ} = \text{ ΕΠΙΤΟΚΙΟ} \cdot \text{ ΑΡΧΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ}$$

$$3) \text{ ΤΟΚΟΣ ΜΕΤΑ ΑΠΟ } \kappa \text{ ΜΗΝΕΣ} = \frac{\kappa}{12} \cdot \text{ ΕΠΙΤΟΚΙΟ} \cdot \text{ ΑΡΧΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ}$$

Τα δεδομένα στην άσκηση είναι ότι το ΑΡΧΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ είναι 20.000 € και το ΕΠΙΤΟΚΙΟ είναι 3%.

Θα βρούμε τον τόκο στο τέλος του πρώτου χρόνου

$$\text{Έχουμε ΤΟΚΟΣ} = 3\% \cdot 20.000 = \frac{3}{100} \cdot 20.000 = \frac{60.000}{100} = 600 \text{ €}.$$

ΆΡΑ το κεφάλαιο στο τέλος του πρώτου χρόνου θα έχει γίνει

$$\text{ΤΕΛΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ} = \text{ΑΡΧΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ} + \text{ΤΟΚΟΣ} = 20.000 + 600 = 20.600 \text{ €}.$$

Β) Για να βρούμε τον τόκο για τους υπόλοιπους 6 μήνες, αφού ήδη έχει περάσει ένας χρόνος (12 μήνες) που έχουμε το κεφάλαιο στην τράπεζα, θα σκεφτούμε ότι ο τόκος των επόμενων 6 μηνών θα είναι ίσος με τα $\frac{6}{12}$ του ετήσιου τόκου. Υπόψη ότι τώρα το κεφάλαιο που θα θεωρηθεί ως αρχικό, θα είναι το κεφάλαιο στο τέλος του πρώτου χρόνου που βρήκαμε στο Α) ερώτημα, το οποίο είναι ίσο με 20.600 €.

ΆΡΑ χρησιμοποιώντας τον τύπο:

$$\text{ΤΟΚΟΣ ΜΕΤΑ ΑΠΟ } 6 \text{ ΜΗΝΕΣ} = \frac{6}{12} \cdot \text{ΕΠΙΤΟΚΙΟ} \cdot \text{ΚΕΦΑΛΑΙΟ}$$

$$\begin{aligned} \text{Έχουμε: ΤΟΚΟΣ ΜΕΤΑ ΑΠΟ } 6 \text{ ΜΗΝΕΣ} &= \frac{6}{12} \cdot 3\% \cdot 20.600 = \frac{6}{12} \cdot \frac{3}{100} \cdot \frac{20.600}{1} = \\ &= \frac{370800}{1200} = 309 \text{ €}. \end{aligned}$$

ΤΕΛΙΚΑ το κεφάλαιο που θα έχουμε στην τράπεζα στο τέλος των 18 μηνών θα είναι:

$$20.600 + 309 = 20.909 \text{ €}.$$