

ΘΕΜΑ 1ο

(Α) Να χαρακτηρίσετε με τις λέξεις ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις παρακάτω πέντε προτάσεις μεταφέροντας τις απαντήσεις σας στο γραπτό σας.

(Α1) Δύο τρίγωνα τα οποία έχουν δύο πλευρές ίσες (μία προς μία) και από μία γωνία ίση, είναι ίσα τρίγωνα. Σ **Λ** (3μ)

(Α2) Δύο γωνίες με πλευρές παράλληλες, είναι ίσες μεταξύ τους. Σ **Λ** (3μ)

(Α3) Σε ορθογώνιο τρίγωνο που έχει γωνία 60° , η πλευρά που βρίσκεται απέναντι από αυτήν τη γωνία ισούται με το μισό της υποτεινούσας Σ **Λ** (3μ)

(Α4) Κυρτό τετράπλευρο στο οποίο οι διαγώνιοί του είναι μεσοκάθετοι μεταξύ τους, είναι Ρόμβος. Σ **Λ** (3μ)

(Α5) Οι εντός και επί τα αυτά γωνίες δύο παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από τρίτη ευθεία, είναι γωνίες παραπληρωματικές. Σ **Λ** (3μ)

(Β) Να αποδείξετε ότι κάθε εξωτερική γωνία οποιουδήποτε τριγώνου, ισούται με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου αυτού. (10μ)

(Σχολικό βιβλίο σελ. 88)

ΘΕΜΑ 2ο

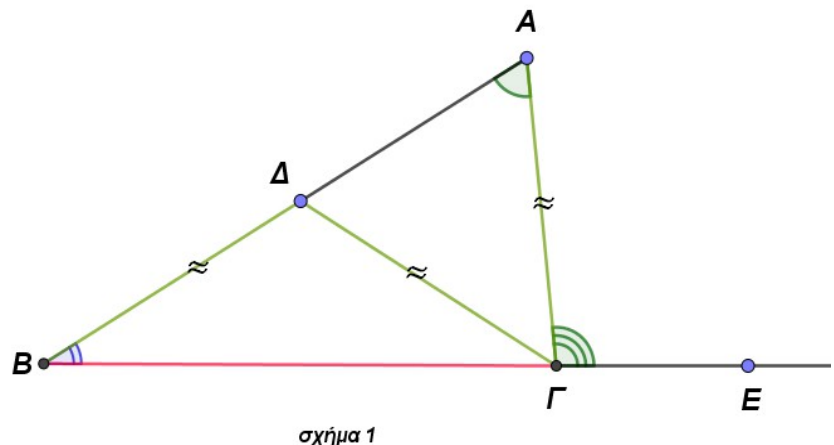
Σε σκαληνό τρίγωνο $AB\Gamma$, παίρνουμε σημείο Δ επί της πλευράς AB έτσι ώστε $A\Gamma = \Delta\Gamma = \Delta B$ (σχήμα 1). Να

αποδείξετε ότι η γωνία \hat{B}

είναι το $1/3$ της $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E}$ και

πως η γωνία \hat{A} είναι τα $2/3$

της $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E}$. 25μ)



ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Στο ισοσκελές τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ η γωνία $A\Delta\Gamma$ είναι εξωτερική γωνία του. Άρα

$$\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = \hat{B} + \hat{\Delta}\hat{\Gamma}\hat{B} = 2\hat{B} \Rightarrow \hat{A} = 2\hat{B} \quad (*)$$

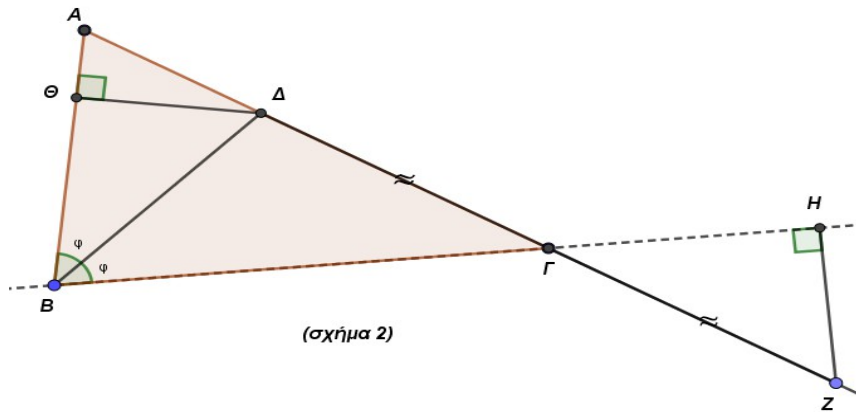
Επίσης στο τρίγωνο $AB\Gamma$ η γωνία $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E}$ είναι εξωτερική γωνία της γωνίας $A\Gamma B$. Επομένως

$$\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E} = \hat{A} + \hat{B} \stackrel{(*)}{=} 2\hat{B} + \hat{B} = 3\hat{B} \Rightarrow \hat{B} = \frac{1}{3}\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E} \text{ και από } (*)$$

$$\hat{A} = 2 \cdot \frac{1}{3}\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E} = \frac{2}{3}\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E}$$

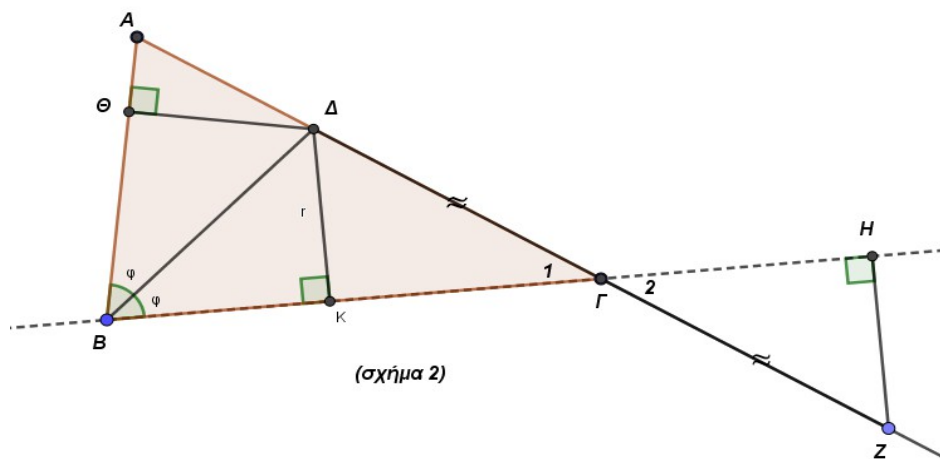
ΘΕΜΑ 3ο

Σε σκαληνό και οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, φέρουμε την διχοτόμο $B\Delta$ της γωνίας B . Στη συνέχεια προεκτείνουμε την πλευρά $A\Gamma$ και παίρνουμε τμήμα $\Gamma Z = \Delta\Gamma$. Να αποδείξετε πως όσο απέχει το Δ από την AB τόσο απέχει το Z από την ευθεία $B\Gamma$.



(25μ)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ Είναι γνωστό πως η απόσταση σημείου από ευθεία ή ευθύγραμμο τμήμα είναι η κάθετη απόσταση. Άρα αρκεί να δείξουμε ότι $\Delta\Theta = ΖΗ$. Όμως το Δ ανήκει στην διχοτόμο της γωνίας B και επομένως ισαπέχει (καθέτως) από τις πλευρές της γωνίας B .



Άρα $\Delta\Theta = \Delta\Κ$. Τελικά θέλουμε να δείξουμε ότι $\Delta\Κ = ΖΗ$. Όμως τα τρίγωνα $\Delta\Κ\Gamma$ και $\Gamma\Nu\text{Z}$ ισούνται ως ορθογώνια τρίγωνα με ίσες ΥΠΟΤΕΙΝΟΥΣΕΣ ($\Delta\Gamma = \Gamma\text{Z}$) και από μία οξεία γωνία ίση ($\Gamma_1 = \Gamma_2$ ως κατακορυφήν) και σύμφωνα με σχετικό κριτήριο ισότητας ορθογωνίων τριγώνων. Άρα $\Delta\Κ = ΖΗ$ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από ίσες γωνίες ΙΣΩΝ τριγώνων.

ΘΕΜΑ 4ο

Σε κύκλο (O, ρ) φέρουμε τυχαία ακτίνα OA και χορδή $B\Gamma$ του κύκλου η οποία είναι κάθετη της OA στο μέσον της M .

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΑΓΟΒ$ είναι ρόμβος. (10μ)

β) Να υπολογίσετε τέσσερις τις γωνίες του ρόμβου $ΑΓΟΒ$. (15μ)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

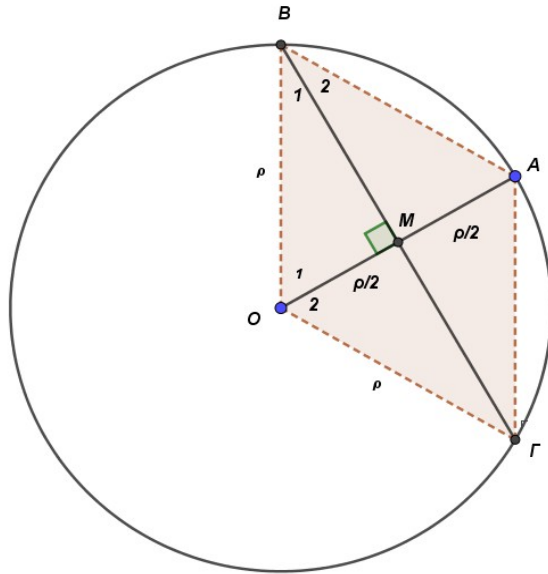
α) Στο τετράπλευρο η μία διαγώνιος διχοτομείται ($OM=MA$). Τα τρίγωνα OMB και $OM\Gamma$ είναι ορθογώνια, έχουν ίσες υποτείνουσες ($OB=O\Gamma=\rho$) και έχουν και από μία κάθετη πλευρά ίση ($OM=OM=\rho/2$). Άρα ισούνται λόγω σχετικού κριτηρίου ισότητας ορθογώνιων τριγώνων και επομένως θα έχουν και τις υπόλοιπες πλευρές τους ίσες ($BM=M\Gamma$). Τελικά, στο τετράπλευρο αυτό διχοτομείται και η άλλη διαγώνιος...άρα ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ.

Στη συνέχεια το παραλληλόγραμμο είναι ΡΟΜΒΟΣ έχοντας 2 διαδοχικές πλευρές ίσες ($OB=O\Gamma=\rho$).

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο OBM , η κάθετη πλευρά OM ισούται με το ήμισυ της υποτείνουσας OB . Άρα η απέναντι γωνία B_1 της OM ισούται με 30° .

Όμως επειδή στον ΡΟΜΒΟ, οι διαγώνιοι είναι και διχοτόμοι, οι γωνίες B_1 και B_2 θα ισούνται με 30° . Άρα η γωνία $B = 60^\circ$.

Στα παραλληλόγραμμα οι απέναντι γωνίες ισούνται και οι διπλάνες είναι παραπληρωματικές...άρα οι γωνίες B και Γ είναι 30° εκάστη και οι γωνίες O και A είναι 120° εκάστη.....



ΚΑΛΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ & ΚΑΛΟ ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ..