Μαθηματικά Γενικής Παιδείας
Γ΄ Λυκείου

Λύσεις Επαναληπτικές Εσπερινών

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΚΑΡΑΦΕΡΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΔΕΥΤΕΡΑ 11 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2000 ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^o

Α. Α - 6, Β - 4, Γ - 1, Δ - 2, Ε - 7.

Β. $f_1'(x) = 1$

$f_2'(x) = (x)'e^x + x(e^x)' = e^x + xe^x = e^x(1 + x)$

$f_3'(x) = (2)' + (\ell n x)' = 0 + \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{x}$

$$f_4'(x) = \left(\frac{x}{x+2}\right)' = \frac{(x)'(x+2) - x(x+2)'}{(x+2)^2} = \frac{x+2-x}{(x+2)^2} = \frac{2}{(x+2)^2}$$

$f_5'(x) = (2\eta\mu x)' + (3\sigma\upsilon\nu x)' = 2\sigma\upsilon\nu x - 3\eta\mu x$

ΘΕΜΑ 2^o

α. $f'(x) = (2x^3 - 9x^2 + 2004)' = \mathbf{6x^2 - 18x}$, $x \in IR$

β. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 18x = 0 \Leftrightarrow 6x(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ή $x = 3$

γ.

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty , 0)$ και $(3 , +\infty)$, ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $(0 , 3)$.

ΘΕΜΑ 3^o

x_i	v_i	f_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1	**2**	**0,1**	2	10	10
2	6	0,3	**8**	30	40
3	**8**	0,4	16	40	80
4	4	0,2	20	20	100
Σύνολα	20	**1**		**100**	

ΘΕΜΑ 4^o

α. $\bar{x}_A = \dfrac{300+305+310+315+315+320+325+330}{8} = \dfrac{2520}{8} = \mathbf{315}$

Γράφουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά :

300 , 305 , 310 , 315 , 315 , 320 , 325 , 330

Οι μεσαίες παρατηρήσεις είναι 315, άρα $\delta_A = \dfrac{315 + 315}{2} = \mathbf{315}$

β. $\bar{x}_B = \dfrac{250+270+290+310+310+330+340}{7} = \dfrac{2100}{7} = \mathbf{300}$

Γράφουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά :

250 , 270 , 290 , 310 , 310 , 330 , 340

Η μεσαία παρατήρηση είναι 310, άρα $\delta_B = \mathbf{310}$

γ. $\bar{x}_{ολ} = \dfrac{\sum t_{i(A)} + \sum t_{i(B)}}{8 + 7} = \dfrac{2520 + 2100}{15} = \dfrac{4620}{15} = \mathbf{308}$

Γράφουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά :

250,270,290,300,305,310,310,310,315,315,320,325,330,330,340

Η μεσαία παρατήρηση είναι 310, άρα $\delta = \mathbf{310}$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΤΡΙΤΗ 10 ΙΟΥΛΙΟΥ 2001 ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α. Σ, **β.** Λ, **γ.** Λ, **δ.** Σ, **ε.** Σ.

Β.

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
0	4	0,10	4	0,10
1	12	0,30	16	0,40
2	14	0,35	30	0,75
3	8	0,20	38	0,95
4	2	0,05	40	1
Σύνολα	40	1		

ΘΕΜΑ 2ο

α. $\bar{x} = \dfrac{19 + 10 + 16 + 9 + 20 + \alpha + \beta}{7} \overset{\alpha = 2\beta}{\Leftrightarrow} 14 = \dfrac{3\beta + 74}{7} \Leftrightarrow$

$3\beta + 74 = 98 \Leftrightarrow 3\beta = 24 \Leftrightarrow \boldsymbol{\beta = 8}$

β. Από τη στήλη N_i παρατηρούμε ότι αν γράψουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά, οι μεσαίες παρατηρήσεις (στις θέσεις 20^{η} και 21^{η}) είναι 2, άρα $\delta = \dfrac{2+2}{2} \Leftrightarrow \boldsymbol{\delta = 2}$

$\mathbf{M_0 = 2}$

ΘΕΜΑ 3ο

α. $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0}\left(\sqrt{x^2+1}\cdot \eta\mu x + x + 1\right) = \sqrt{1}\cdot\eta\mu 0 + 0 + 1 = \mathbf{1}$

β. $f'(x) = \left(\sqrt{x^2+1}\right)'\cdot\eta\mu x + \sqrt{x^2+1}\cdot(\eta\mu x)' + 1$

$$= \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+1}}\cdot\eta\mu x + \sqrt{x^2+1}\cdot\sigma\upsilon\nu x + 1$$

$$= \boldsymbol{\frac{x\cdot\eta\mu x}{\sqrt{x^2+1}} + \sqrt{x^2+1}\cdot\sigma\upsilon\nu x + 1}$$

γ. Για $x = 0$ είναι $f΄(0) = \dfrac{0 \cdot ημ0}{\sqrt{0^2 + 1}} + \sqrt{0^2 + 1} \cdot συν0 + 1 = 2$

άρα **η $C_{f΄}$ τέμνει τον άξονα $y΄y$ στο σημείο $A\,(0\,,2)$**

ΘΕΜΑ 4^o

α. $f΄(x) = \left(\dfrac{x}{x^2 + 1}\right)' = \dfrac{(x)΄ \cdot (x^2 + 1) - x \cdot (x^2 + 1)΄}{(x^2 + 1)^2}$

$= \dfrac{x^2 + 1 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} = \dfrac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f΄(x)$		-	○	+	○	-	
$f\,(x)$		↘		↗		↘	

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στα $(-\infty\,, -1]$ και $[1\,, +\infty)$, ενώ είναι γνησίως αύξουσα στο $[-1\,, 1]$.

β. τοπικό ελάχιστο f (-1) = $\dfrac{-1}{(-1)^2 + 1} = \mathbf{-\dfrac{1}{2}}$

τοπικό μέγιστο f (1) = $\dfrac{1}{1^2 + 1} = \mathbf{\dfrac{1}{2}}$

γ. $f΄(0) = \dfrac{1 - 0^2}{(0^2 + 1)^2} = \mathbf{1}$

δ. Είναι $f\,(0) = 0$ και $f΄(0) = 1$, άρα ζητούμενη εφαπτομένη είναι η

$(ε) : y - f\,(0) = f΄(0) \cdot (x - 0) \Leftrightarrow$

$(ε) : y - 0 = 1 \cdot x \Leftrightarrow$

$(ε) : y = x$

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 1 ΙΟΥΛΙΟΥ 2002
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 31

Β. α - 2, β - 4, γ - 1, δ - 5.

ΘΕΜΑ 2ο

α. $M_0 = \mathbf{1}$

β. $v_2 = f_2 \cdot v = 0,3 \cdot 80 =$ **24 μαθητές**

γ. $f_3\% = f_3 \cdot 100\% = 0,25 \cdot 100\% = \mathbf{25\%}$

δ. $f_3\% + f_4\% + f_5\% = 25\% + 15\% + 15\% = \mathbf{50\%}$

ΘΕΜΑ 3ο

α. $\lim\limits_{x\to -2} f(x) = \lim\limits_{x\to -2}(6x^4 + 3x^2 + 10) = 96 + 12 + 10 = \mathbf{118}$

β. $f'(x) = (6x^4 + 3x^2 + 10)' = \mathbf{24x^3 + 6x}$

γ. $f'(x) = 0 \iff 24x^3 + 6x = 0 \iff 6x(4x^2 + 1) = 0 \iff x = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x	-	0	+
$4x^2 + 1$	+		+
$f'(x)$	-	0	+
f (x)	↘		↗

Η f παρουσιάζει ελάχιστο την τιμή f (0) = 10

ΘΕΜΑ 4ο

α. $f_5 = \dfrac{\nu_5}{\nu} \Rightarrow 0,1 = \dfrac{2}{\nu} \Leftrightarrow \nu = \dfrac{2}{0,1} \Leftrightarrow \boldsymbol{\nu = 20}$

β. Επειδή $\delta = 2,5$ θα πρέπει αν γράψουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά να είναι :

- η $10^{η}$ παρατήρηση το 2
- η $11^{η}$ παρατήρηση το 3

άρα $N_2 = 10$ και $\nu_2 = N_2 - \nu_1 = 10 - 8 = \mathbf{2}$

γ.

x_i	ν_i	$x_i\nu_i$
1	8	8
2	2	4
3	ν_3	$3\nu_3$
4	ν_4	$4\nu_4$
5	2	10
ΣΥΝΟΛΑ	20	$3\nu_3 + 4\nu_4 + 22$

- $\sum \nu_i = \nu \Leftrightarrow 12 + \nu_3 + \nu_4 = 20 \Leftrightarrow \nu_3 = 8 - \nu_4$ **(1)**
- $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i\nu_i}{\nu} \Leftrightarrow 2,5 = \dfrac{3\nu_3 + 4\nu_4 + 22}{20} \Leftrightarrow 3\nu_3 + 4\nu_4 + 22 = 50 \overset{(1)}{\Leftrightarrow}$

  $3(8 - \nu_4) + 4\nu_4 + 22 = 50 \Leftrightarrow 24 - 3\nu_4 + 4\nu_4 + 22 = 50 \Leftrightarrow$

  $\nu_4 + 46 = 50 \Leftrightarrow \boldsymbol{\nu_4 = 4}$
- $\mathbf{(1)} \overset{\nu_4 = 4}{\Rightarrow} \boldsymbol{\nu_3 = 4}$

x_i	ν_i	f_i
1	8	0,4
2	2	0,1
3	4	0,2
4	4	0,2
5	2	0,1
ΣΥΝΟΛΑ	20	1

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΔΕΥΤΕΡΑ 30 ΙΟΥΝΙΟΥ 2003 ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 93

Β. $f'(x) = 1$, $g'(x) = συνx$, $h'(x) = -ημx$, $φ'(x) = 0$.

ΘΕΜΑ 2ο

α.

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$x_i v_i$
0	10	0,50	10	0,50	0
1	5	0,25	15	0,75	5
2	2	0,10	17	0,85	4
3	2	0,10	19	0,95	6
4	1	0,05	20	1	4
ΣΥΝΟΛΑ	20	1	-	-	19

β. $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i v_i}{v} = \dfrac{19}{20} = 1{,}95$

γ. Από τη στήλη N_i βλέπουμε ότι αν γράψουμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά, οι δύο μεσαίες στις θέσεις $10^η$ και $11^η$ είναι 0 και 1 αντίστοιχα.

Άρα $δ = \dfrac{0+1}{2} = \dfrac{1}{2}$

ΘΕΜΑ 3ο

α. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 19} = -\dfrac{1}{19}$

$\lim\limits_{x \to -1} f(x) = \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 19} = \dfrac{0}{20} = 0$

β. $f'(x) = \left(\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 19}\right)' = \dfrac{(x^2 - 1)' \cdot (x^2 + 19) - (x^2 - 1) \cdot (x^2 + 19)'}{(x^2 + 19)^2}$

$$= \frac{2x \cdot (x^2 + 19) - (x^2 - 1) \cdot 2x}{(x^2 + 19)^2} = \frac{\cancel{2x^3} + 38x \cancel{- 2x^3} + 2x}{(x^2 + 19)^2}$$

$$= \frac{40x}{(x^2 + 19)^2}$$

γ.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
f (x)		↘		↗	

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty , 0]$ και γνησίως αύξουσα στο $[0 , +\infty)$.

ΘΕΜΑ 4ο

α. $h(0) = 3 \cdot 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 =$ **5m**

β. $h'(t) = \left(3t^2 - 6t + 5\right)' = 6t - 6$

$h'(2) = 6 \cdot 2 - 6 =$ **6 m/sec**

γ.

t	0		1		5
$h'(t)$		-	0	+	
h (t)		↘		↗	

Η h παρουσιάζει ελάχιστο για t = 1 sec

$\mathbf{h_{min} = h(1)} = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 5 = 3 - 6 + 5 =$ **2 m .**

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 28 ΙΟΥΝΙΟΥ 2004
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 28

Β. Σ, **Γ.** Σ, **Δ.** Λ, **Ε.** Λ, **ΣΤ.** Σ.

ΘΕΜΑ 2ο

α. $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 5 + 8 + 6 + 1 =$ **20 μαθητές**

β. $v_2 + v_3 + v_4 = 8 + 6 + 1 = 15$, άρα

15 μαθητές έχουν βαθμό από 40 μόρια και πάνω

γ.

Κλάσεις	x_i	v_i	$x_i v_i$
[20 , 40)	30	5	150
[40 , 60)	50	8	400
[60 , 80)	70	6	420
[80 , 100)	90	1	90
ΣΥΝΟΛΑ	-	20	1060

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{1060}{20} = 53$$

ΘΕΜΑ 3ο

α. $\bar{x} = \dfrac{\sum t_i}{v} = \dfrac{345}{5} = \mathbf{69}$

β. Γράφουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα : 62 , 65 , **69** , 72 , 77

δ = 69

γ. R = 77 - 62 = **15**

δ. Έστω x το βάρος του 6ου μαθητή

$$\bar{x}' = \frac{345 + x}{6} \Leftrightarrow 72 = \frac{345 + x}{6} \Leftrightarrow 345 + x = 432 \Leftrightarrow \mathbf{x = 87}$$

ΘΕΜΑ 4ο

α. $f(x) = x^2 - 4\cdot(x-2) = x^2 - 4x + 8$

$f'(x) = \left(x^2 - 4x + 8\right)' = \mathbf{2x - 4}$

β. $f''(x) = \left(2x - 4\right)' = 2$

$x\cdot f''(x) - f'(x) = x\cdot 2 - (2x - 4) = 2x - 2x + 4 = \mathbf{4}$

γ. $f(1) = 5$ και $f'(1) = -2$

$(\varepsilon): y - f(1) = f'(1)\cdot(x-1) \;\Leftrightarrow\; (\varepsilon): y - 5 = -2(x-1) \;\Leftrightarrow$

$(\varepsilon): y - 5 = -2x + 2 \;\Leftrightarrow\; \mathbf{(\varepsilon): y = -2x + 7}$

δ.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 2]$ και γνησίως αύξουσα στο $[2, +\infty)$.

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο την τιμή $f(2) = 4$.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 29 ΙΟΥΝΙΟΥ 2005
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 28

Β. α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Σ.

ΘΕΜΑ 2ο

α. Πρέπει $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$,

άρα το πεδίο ορισμού της f είναι $IR - \{1\}$

β. $f'(x) = \left(\dfrac{x^2 + 3}{x - 1}\right)' = \dfrac{2x(x - 1) - (x^2 + 3)}{(x - 1)^2} = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}, \ x \neq 1$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ή $x = 3$

γ.

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-		-	0	+	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 3$ την τιμή

$f(3) = \dfrac{3^2 + 3}{3 - 1} = \dfrac{12}{2} = 6$

ΘΕΜΑ 3ο

α. $\sum v_i = v \Leftrightarrow 12 + \mu + \lambda + 25 = 80 \Leftrightarrow$

$\mu + \lambda = 43 \Leftrightarrow \mu = 43 - \lambda \ (1)$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} \Leftrightarrow 2{,}6 = \frac{12 + 2\mu + 3\lambda + 100}{80} \Leftrightarrow$$

$208 = 2\mu + 3\lambda + 112 \overset{(1)}{\Leftrightarrow}$

$208 = 2(43 - \lambda) + 3\lambda + 112 \Leftrightarrow$

$208 = 86 - 2\lambda + 3\lambda + 112 \Leftrightarrow$

$208 = \lambda + 198 \Leftrightarrow \boldsymbol{\lambda = 10}$

$(1) \overset{\lambda = 10}{\Rightarrow} \mu = 43 - 10 \Leftrightarrow \boldsymbol{\mu = 33}$

β.

x_i	v_i	N_i	$x_i^2 v_i$
1	**12**	**12**	**12**
2	**33**	**45**	**132**
3	**10**	**55**	**90**
4	**25**	**80**	**400**
ΣΥΝΟΛΑ	**80**	**-**	**634**

Από τη στήλη N_i προκύπτει ότι αν γράψουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά οι «μεσαίες» παρατηρήσεις ($40^η$ και $41^η$) είναι 2

Άρα $\delta = \dfrac{2 + 2}{2} = 2$.

γ. $$s^2 = \frac{1}{v}\left\{\sum x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum x_i v_i\right)^2}{v}\right\} = \frac{\sum x_i^2 v_i}{v} - \bar{x}^2$$

$$= \frac{634}{80} - 2{,}6^2 = 7{,}925 - 6{,}76 = 1{,}165$$

ΘΕΜΑ 4°

α. $CV_A = \dfrac{s_A}{\overline{x}_A}\cdot 100\% = \dfrac{125}{1000}\cdot 100\% = 12{,}5\%$

$CV_B = \dfrac{s_B}{\overline{x}_B}\cdot 100\% = \dfrac{90}{800}\cdot 100\% = 11{,}25\%$

Είναι $CV_B < CV_A$, άρα η ευρωπαϊκή εταιρεία έχει μεγαλύτερη ομοιογένεια μισθών.

β. Οι τιμές στην εταιρεία A αυξάνουν κατά 250

Από εφαρμογή σχολικού βιβλίου είναι :

$\overline{x}_A' = \overline{x}_A + 250 = 1000 + 250 = 1250$

$s_A' = s_A = 125$

Οι τιμές στην εταιρεία B αυξάνουν κατά 20%,

δηλαδή κάθε τιμή πολλαπλασιάζεται επί 1,2

Από εφαρμογή σχολικού βιβλίου είναι :

$\overline{x}_B' = \overline{x}_B \cdot 1{,}2 = 800\cdot 1{,}2 = 960$

$s_B' = s_B \cdot 1{,}2 = 90\cdot 1{,}2 = 108$

γ. $CV_A' = \dfrac{s_A'}{\overline{x}_A'}\cdot 100\% = \dfrac{125}{1250}\cdot 100\% = 10\%$

$CV_B' = \dfrac{s_B'}{\overline{x}_B'}\cdot 100\% = \dfrac{108}{960}\cdot 100\% = 11{,}25\%$

Είναι $CV_A' < CV_B'$, άρα η αμερικανική εταιρεία έχει μεγαλύτερη ομοιογένεια μισθών μετά τις αυξήσεις.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007

Θέμα 1ο

Α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 65

Β. σχολικό βιβλίο σελίδα 85

Γ. α. ΣΩΣΤΟ

β. ΣΩΣΤΟ

γ. ΛΑΘΟΣ

δ. ΛΑΘΟΣ

Θέμα 2ο

α. Πρέπει x≠0, άρα $A=\Re$

$$f'(x)=\left(\frac{x^2+1}{x}\right)'=\frac{\left(x^2+1\right)'\cdot x-\left(x^2+1\right)\cdot(x)'}{x^2}=\frac{x^2-1}{x^2},\ x\neq 0.$$

β. $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-1=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=1 \text{ ή } x=-1$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	‖	−	0	+	
$f(x)$		↗		↘	‖	↘		↗	
			τ.μεγ.				τ. ελάχ.		

Τοπικό μέγιστο το f(-1)=-2

Τοπικό ελάχιστο το f(1)=2

γ. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x\cdot f'(x)}{f(x)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x\cdot\dfrac{x^2-1}{x^2}}{\dfrac{x^2+1}{x}}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\dfrac{x^2-1}{x}}{\dfrac{x^2+1}{x}}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x^2+1}=\dfrac{1-1}{1+1}=0$

Θέμα 3ο

α. Το 50% των μαθητών έγραψε τουλάχιστον 13 άρα $\bar{x}$=δ=13.
Το 34% των μαθητών έγραψε από 13 ως 14 με $\bar{x}$=13 άρα $\bar{x}$+s=14⇔ s=1.

β.i. 95 μαθητές έγραψαν από 11(=$\bar{x}$-2s) ως 13(=$\bar{x}$) άρα οι 95 μαθητές αντιστοιχούν σε ποσοστό 47,5%. Άρα 95=ν·47,5%⇔ν=200 μαθητές.

ii. Στο διάστημα (14,15)=($\bar{x}$+s, $\bar{x}$+2s), αντιστοιχεί το 13,5% των μαθητών δηλαδή ν·13,5%=200·0,135=26 μαθητές.

Θέμα 4ο

α. $f(x)=x^3-sx^2+2x+\bar{x}$

$f'(x)=\left(x^3-sx^2+2x+\bar{x}\right)'=3x^2-2sx+2$.

Είναι $f'(1)=\varepsilon\varphi 45^o \Leftrightarrow 5-2s=1 \Leftrightarrow s=2$

M(1,5)∈C_f $f(1)=5 \Leftrightarrow 3-s+\bar{x}=5 \overset{s=2}{\Leftrightarrow} \bar{x}=4$

β.i. CV=$\dfrac{s}{\bar{x}}\cdot 100\%=\dfrac{2}{4}\cdot 100\%=50\%>10\%$. Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ii. $f(x)=x^3-2x^2+2x+4$

$f'(x)=3x^2-4x+2$

$f''(x)=6x-4$

Ο ρυθμός μεταβολής της παραγώγου της f στο x_0=1 είναι
$f''(1)=6\cdot 1-4=2$.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 66

Α2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 16

Α3. Σχολικό βιβλίο σελίδα 22

Α4. α. Λάθος, β. Σωστό, γ. Σωστό, δ. Λάθος, ε. Λάθος.

ΘΕΜΑ Β

Β1. $f'(x) = \left(2 - \dfrac{\kappa}{x}\right)' = \dfrac{\kappa}{x^2},\ x \neq 0$

Για $x \neq 0 : g(x) = x \cdot f'(x) + f(x) = \cancel{x} \cdot \dfrac{\kappa}{x^{\cancel{2}}} + 2 - \dfrac{\kappa}{x} = \dfrac{\kappa}{x} + 2 - \dfrac{\kappa}{x} = 2$

Β2. $A(3, 1) \in C_f \Leftrightarrow f(3) = 1 \Leftrightarrow 2 - \dfrac{\kappa}{3} = 1 \Leftrightarrow 1 = \dfrac{\kappa}{3} \Leftrightarrow \boldsymbol{\kappa = 3}$

Β3. Για $\kappa = 3$ είναι $f(x) = 2 - \dfrac{3}{x},\ x \neq 0$ και $f'(x) = \dfrac{3}{x^2},\ x \neq 0$

$f(1) = -1$ και $f'(1) = 3$

$(\varepsilon)\colon y - f(1) = f'(1) \cdot (x - 1) \Leftrightarrow (\varepsilon)\colon y + 1 = 3 \cdot (x - 1) \Leftrightarrow \boldsymbol{(\varepsilon)\colon y = 3x - 4}$

Β4. $(\varepsilon)\colon y = 3x - 4$

Για $x = 0 \Rightarrow y = -4 \rightarrow \Gamma(0, -4)$

Για $y = 0 \Rightarrow x = \dfrac{4}{3} \rightarrow \Delta\left(\dfrac{4}{3}, 0\right)$

$(\text{ΟΓΔ}) = \dfrac{1}{2} \cdot (\text{ΟΓ}) \cdot (\text{ΟΔ}) = \dfrac{1}{2} \cdot 4 \cdot \dfrac{4}{3} = \boldsymbol{\dfrac{8}{3}}$ **τ.μ.**

Β5. $f'(x) = \dfrac{3}{x^2} > 0$ για $x \neq 0$, άρα **η f είναι γνησίως αύξουσα σε καθένα από τα $(-\infty, 0)$ και $(0, +\infty)$**.

Είναι λάθος το ότι ζητήθηκε ν' αποδειχθεί ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της (ένωση διαστημάτων)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\theta'(t) = \left(t - 4\sqrt{t} + \alpha\right)' = 1 - 4\dfrac{1}{2\sqrt{t}} = 1 - \dfrac{2}{\sqrt{t}} = \dfrac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}}$, $t \in (0\ ,\ 24]$

- $\theta'(t) < 0 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} - 2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} < 2 \Leftrightarrow t < 4$

  άρα η θεροκρασία μειώνεται για $t \in (0\ ,\ 4]$

- $\theta'(t) > 0 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} - 2 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} > 2 \Leftrightarrow t > 4$

  άρα η θεροκρασία αυξάνεται για $t \in (4\ ,\ 24]$

Γ2. $\theta_{min} = \theta\,(4) \Leftrightarrow -1 = \alpha - 4 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha = 3}$

Γ3. $\theta\,(t) = 0 \Leftrightarrow t - 4\sqrt{t} + 3 = 0 \overset{\sqrt{t}\,=\,x}{\Leftrightarrow} x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow$

$x = 1$ ή $x = 3$

- $x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{t} = 1 \Leftrightarrow t = 1 \rightarrow 01{:}00$
- $x = 3 \Leftrightarrow \sqrt{t} = 3 \Leftrightarrow t = 9 \rightarrow 09{:}00$

Γ4.
$$\lim_{t\to 4}\frac{\theta'(t)}{t^2 - 16} = \lim_{t\to 4}\frac{\frac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}}}{t^2 - 16} = \lim_{t\to 4}\frac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}\cdot(t^2 - 16)}$$
$$= \lim_{t\to 4}\frac{(\sqrt{t} - 2)(\sqrt{t} + 2)}{\sqrt{t}(t - 4)(t + 4)(\sqrt{t} + 2)}$$
$$= \lim_{t\to 4}\frac{\cancel{t - 4}}{\sqrt{t}\,\cancel{(t - 4)}\,(t + 4)(\sqrt{t} + 2)}$$
$$= \lim_{t\to 4}\frac{1}{\sqrt{t}(t + 4)(\sqrt{t} + 2)} = \boldsymbol{\frac{1}{64}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $\sum f_i\% = 100\% \Leftrightarrow x + x + 20 + 2x + x^2 - 6x = 100 \Leftrightarrow$

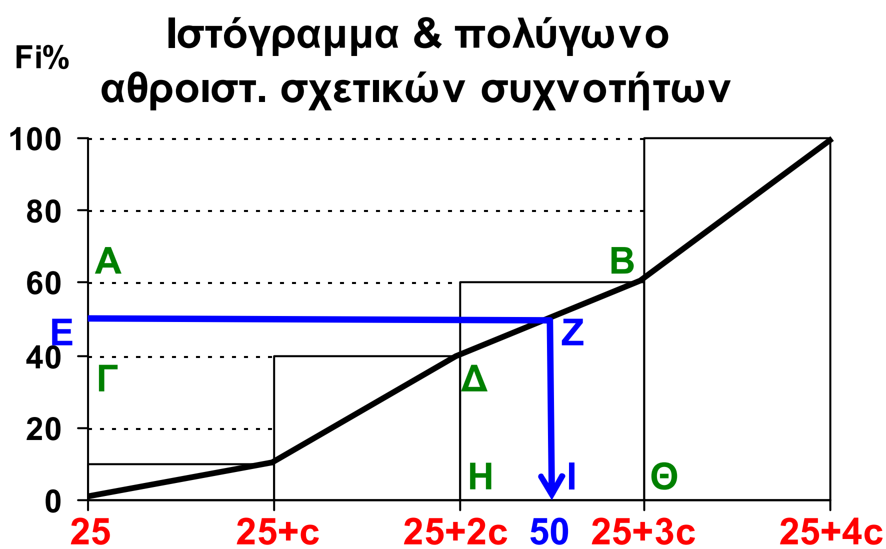
$x^2 - 2x - 80 = 0 \Leftrightarrow \mathbf{x = 10}$ ή $x = -8$ (απορρίπτεται)

$\mathbf{f_1\% = 10\%}$, $\mathbf{f_2\% = 30\%}$, $\mathbf{f_3\% = 20\%}$ και $\mathbf{f_4\% = 40\%}$.

Δ2.

Κλάσεις	$f_i\%$	$F_i\%$
[25 , 25+c)	10	10
[25+c , 25+2c)	30	40
[25+2c , 25+3c)	20	60
[25+3c , 25+4c)	40	100
ΣΥΝΟΛΑ	100	-

Κατασκευάζουμε ιστόγραμμα και πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων



Το Ε είναι το μέσο του ΑΓ και η ΕΖ είναι μεσοπαράλληλη των ΑΒ και ΓΔ, άρα το Ζ είναι το μέσο του ΔΒ και η ΖΙ είναι μεσοπαράλληλη των ΔΗ και ΒΔ, άρα το Ι είναι μέσο του ΗΘ.

$$\frac{(25 + 2c) + (25 + 3c)}{2} = 50 \Leftrightarrow \frac{25 + 2c + 25 + 3c}{2} = 50 \Leftrightarrow$$

$$50 + 5c = 100 \Leftrightarrow 5c = 50 \Leftrightarrow \mathbf{c = 10}$$

Δ3.

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i%	N_i	F_i%	$x_i v_i$
[25 , 35)	30	5	10	5	10	150
[35 , 45)	40	15	30	20	40	600
[45, 55)	50	10	20	30	60	500
[55 , 65)	60	20	40	50	100	1200
ΣΥΝΟΛΑ	-	50	100	-	-	2450

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{2450}{50} = 49$$

Η μέση τιμή των ηλικιών είναι 49 χρόνια.

Δ4. Έστω ότι προσλαμβάνονται x άτομα που ανήκουν στην $1^η$ κλάση
Ο πίνακας τότε διαμορφώνεται ως εξής:

Κλάσεις	x_i	v_i	$x_i v_i$
[25 , 35)	30	5 + x	150 + 30x
[35 , 45)	40	15	600
[45, 55)	50	10	500
[55 , 65)	60	20	1200
ΣΥΝΟΛΑ	-	50 + x	2450 + 30x

$$\bar{x}' = \frac{\sum x_i v_i'}{v'} \Leftrightarrow 40 = \frac{2450 + 30x}{50 + x} \Leftrightarrow$$

$$40(50 + x) = 2450 + 30x \Leftrightarrow$$

$$2000 + 40x = 2450 + 30x \Leftrightarrow$$

$$40x - 30x = 2450 - 2000 \Leftrightarrow$$

$$10x = 450 \Leftrightarrow x = 45$$

Άρα για να γίνει η μέση ηλικία 40 χρόνια, **πρέπει να προσληφθούν 45 άτομα που ανήκουν στην πρώτη κλάση.**

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2013
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 31
Α2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 92
Α3. Σχολικό βιβλίο σελίδα 22
Α4. α. Σωστό, **β.** Σωστό, **γ.** Σωστό*, **δ.** Λάθος, **ε.** Σωστό.

***έπρεπε να δίνεται ότι η μεταβλητή είναι ποσοτική διακριτή**

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}=\dfrac{1}{12\alpha} \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\left(\sqrt{x+7}-3\right)\left(\sqrt{x+7}-3\right)}{(x-2)(x+2)\left(\sqrt{x+7}-3\right)}=\dfrac{1}{12\alpha} \Leftrightarrow$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{x-2}}{\cancel{(x-2)}(x+2)\left(\sqrt{x+7}-3\right)}=\frac{1}{12\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{1}{(x+2)\left(\sqrt{x+7}-3\right)}=\frac{1}{12\alpha} \Leftrightarrow \frac{1}{12\alpha}=\frac{1}{24} \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha=2}$$

$$A(-1\,,\,9)\in C_f \Leftrightarrow f(-1)=9 \Leftrightarrow -\alpha+\beta+5=9 \overset{\alpha=2}{\Leftrightarrow} \boldsymbol{\beta=6}$$

Β2. Για $\alpha = 2$ και $\beta = 6$ είναι :

$f(x) = 2x^3 - 6x + 5$ και $f'(x) = 6x^2 - 6$

Η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $M(x_0\,,\,f(x_0))$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ σημαίνει ότι :

$f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 6x_0^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow 6x_0^2 = 6 \Leftrightarrow x_0^2 = 1 \Leftrightarrow x_0 = \pm 1$

- Για $x_0 = -1$: $f(-1) = 9 \rightarrow$ **Α (-1 , 9)**
- Για $x_0 = 1$: $f(1) = 1 \rightarrow$ **Β (1 , 1)**

Β3. Ο ρυθμός μεταβολής της f είναι η f'.

$f''(x) = 12x$

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$f''(x)$	$-$ 0 $+$
$f'(x)$	↘ ↗

Ο ρυθμός μεταβολής της f γίνεται ελάχιστος για $x = 0$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. • $g'(x) = \left(\dfrac{x}{x^2+1}+1\right)' = \dfrac{(x^2+1) - x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$

• $g'(x_0) = \varepsilon\varphi 45^0 = 1 \Rightarrow \dfrac{1-x_0^2}{(x_0^2+1)^2} = 1 \Leftrightarrow$

$(x_0^2+1)^2 = 1 - x_0^2 \Leftrightarrow x_0^4 + 2x_0^2 + \cancel{1} = \cancel{1} - x_0^2 \Leftrightarrow$

$x_0^4 + 3x_0^2 = 0 \Leftrightarrow x_0^2(x_0^2+3) = 0 \overset{x_0^2+3\neq 0}{\Leftrightarrow} x_0^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0$

$f(0) = 1$ και $f'(0) = 1$, άρα

$(\varepsilon): y - f(0) = f'(0)\cdot(x-0) \Leftrightarrow y - 1 = x \Leftrightarrow \mathbf{y = x + 1}$

Γ2. $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$

x	$-\infty$ -1 1 $+\infty$
$g'(x)$	$-$ 0 $+$ 0 $-$
$g(x)$	↘ ↗ ↘

Η g είναι γνησίως φθίνουσα στα $(-\infty, -1]$ και $[1, +\infty)$, ενώ είναι γνησίως αύξουσα στο $[-1, 1]$. Η g παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = -1$ την τιμή $g(-1) = \frac{1}{2}$ ενώ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = 1$ την τιμή $g(1) = \frac{3}{2}$.

Γ3. $x_i = -1\ ,\ 0\ ,\ x_3\ ,\ x_4$

- $M_1 \in \varepsilon \Leftrightarrow y_1 = x_1 + 1 = -1 + 1 = 0$
- $M_2 \in \varepsilon \Leftrightarrow y_2 = x_2 + 1 = 0 + 1 = 1$
- $M_3 \in \varepsilon \Leftrightarrow y_3 = x_3 + 1$
- $M_4 \in \varepsilon \Leftrightarrow y_4 = x_4 + 1$

Είναι $1 < x_3 < x_4$, άρα $y_1 < y_2 < y_3 < y_4$

$R_y = y_4 - y_1 \Leftrightarrow 5 = (x_4 + 1) - 0 \Leftrightarrow 5 = x_4 + 1 \Leftrightarrow$ $\mathbf{x_4 = 4}$

- $\delta_{\omega_\kappa} = \dfrac{0 + x_3}{2} = \dfrac{x_3}{2}$
- $\delta_{y_\kappa} = \dfrac{1 + x_3 + 1}{2} = \dfrac{2 + x_3}{2}$

Είναι $2\delta_{\omega_\kappa} = \delta_{y_\kappa} \Leftrightarrow 2\dfrac{x_3}{2} = \dfrac{2 + x_3}{2} \overset{(\cdot 2)}{\Leftrightarrow} 2x_3 = 2 + x_3 \Leftrightarrow$ $\mathbf{x_3 = 2}$

Γ4. ΣΧΟΛΙΟ :

Η μέση τιμή των τιμών x_1, x_2, x_3, x_4 είναι :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = \frac{-1 + 0 + 2 + 4}{4} = \mathbf{\frac{5}{4}}$$

Έπρεπε να ζητείται η μέση τιμή της μεταβλητής X

<u>Εύρεση της μέσης τιμής της μεταβλητής X που παίρνει τιμές x_1, x_2, x_3, x_4 με αντίστοιχες σχετικές συχνότητες f_1, f_2, f_3, f_4:</u>

- $f_1 = g(x_1) - \dfrac{1}{3} = g(-1) - \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3} = \mathbf{\dfrac{1}{6}}$
- $f_2 = g(x_2) - \dfrac{1}{3} = g(0) - \dfrac{1}{3} = 1 - \dfrac{1}{3} = \mathbf{\dfrac{2}{3}}$
- $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{g'(x)}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\dfrac{-\cancel{(x-1)}(x + 1)}{(x^2 + 1)^2}}{\cancel{x - 1}} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{-(x + 1)}{(x^2 + 1)^2} = \dfrac{-2}{4} = -\dfrac{1}{2}$

$$f_3 = -\frac{1}{6}\cdot \lim_{x\to 1}\frac{g'(x)}{x-1} = -\frac{1}{6}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = \mathbf{\frac{1}{12}}$$

- $f_4 = 1 - f_1 - f_2 - f_3 = 1 - \frac{1}{6} - \frac{2}{3} - \frac{1}{12} = \mathbf{\frac{1}{12}}$

x_i	f_i	$x_i f_i$
$x_1 = -1$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$
$x_2 = 0$	$\frac{2}{3}$	0
$x_3 = 2$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$
$x_4 = 4$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$
Σύνολα	**1**	$\mathbf{\frac{1}{3}}$

$$\bar{x} = \sum x_i f_i = \mathbf{\frac{1}{3}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $F_5 = 1$ και $F_5\% = 100$

Από τύπους Vieta έχουμε :

$$\begin{cases} F_3 + F_5 = \frac{8}{5} \\ F_3 \cdot F_5 = \frac{3\kappa}{5} \end{cases} \overset{F_5 = 1}{\Leftrightarrow} \begin{cases} F_3 + 1 = \frac{8}{5} \\ F_3 = \frac{3\kappa}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_3 = \frac{3}{5} \\ \frac{3}{5} = \frac{3\kappa}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_3 = \frac{3}{5} \\ \boldsymbol{\kappa = 1} \end{cases}$$

$$F_5\% = 100 \Leftrightarrow \kappa\lambda^2 - 3\lambda + 30 = 100 \overset{\kappa = 1}{\Leftrightarrow} \lambda^2 - 3\lambda - 70 = 0$$

$\Delta = 289$ και $\lambda = 10$ ή $\lambda = -7$

Όμως $F_1\% = \lambda \geq 0$, άρα $\boldsymbol{\lambda = 10}$

Δ2. $f_1\% = F_1\% = \lambda = \mathbf{10}$

$F_2\% = 3\lambda + 10 = 40$

$f_2\% = F_2\% - F_1\% = 40 - 10 = \mathbf{30}$

$F_3\% = 100 \cdot F_3 = 60$

$f_3\% = F_3\% - F_2\% = 60 - 40 = \mathbf{20}$

$F_4\% = \kappa\lambda^2 - 2\lambda + 10 = 90$

$f_4\% = F_4\% - F_3\% = 90 - 60 = \mathbf{30}$

$f_5\% = F_5\% - F_4\% = 100 - 90 = \mathbf{10}$

Δ3.
- $25\% = f_1\% + \dfrac{f_2\%}{2} \Rightarrow x_2 = 16$ **(1)**
- $25\% = \dfrac{f_4\%}{2} + f_5\% \Rightarrow x_4 = 24$ **(2)**
- $x_4 - x_2 = 2c \overset{(1)}{\underset{(2)}{\Leftrightarrow}} 2c = 8 \Leftrightarrow$ $\mathbf{c = 4}$

1^{η} κλάση : [α , α + 4), 2^{η} κλάση : [α + 4 , α + 8)

$$x_2 = \frac{\alpha + 4 + \alpha + 8}{2} \Leftrightarrow 16 = \frac{2\alpha + 12}{2} \Leftrightarrow$$

$$2\alpha + 12 = 32 \Leftrightarrow 2\alpha = 20 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha = 10}$$

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές x_i	$f_i\%$	F_i	$F_i\%$
[10 , 14)	**12**	**10**	**0,1**	**10**
[14 , 18)	**16**	**30**	**0,4**	**40**
[18 , 22)	**20**	**20**	**0,6**	**60**
[22 , 26)	**24**	**30**	**0,9**	**90**
[26 , 30)	**28**	**10**	**1**	**100**
ΣΥΝΟΛΑ	-	**100**	**-**	**-**

Δ4. Το 40% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες ή ίσες του 22.

Στο 40% των παρατηρήσεων αντιστοιχούν 800 παρατηρήσεις

Στο 100% των παρατηρήσεων αντιστοιχούν ν παρατηρήσεις

$40\nu = 800 \cdot 100 \Leftrightarrow 40\nu = 80000 \Leftrightarrow$ $\boldsymbol{\nu = 2000}$

Γενικό Λύκειο Νεστορίου
Σχολικό έτος 2013-2014
Βοηθητικό Υλικό της Γ΄ Λυκείου