

ΘΕΜΑ Α: β, β, γ, β Σ, Λ, Σ, Λ, Λ

ΘΕΜΑ Β: **B1.** Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε εξίσωση συνέχειας:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{|r_1|}{r_2} \right)^2 v_1 = 4v_1 \quad (2)$$

Από (1) και (2) παίρνουμε:

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - 16v_1^2) = -7,5\rho v_1^2$$

Σωστή απάντηση η **γ**.

B2. $|f_1 - f_2| = f_\delta \Rightarrow |400 - f_2| = f_\delta \quad (1) \quad |400 - (f_2 + 4)| = f_\delta \quad (2)$. Από (1) και (2) παίρνουμε: $|400 - f_2| = |400 - (f_2 + 4)| \Rightarrow 400 - f_2 = 400 - f_2 - 4 \Rightarrow$ αδύνατη ή, $400 - f_2 = f_2 - 396 \Rightarrow f_2 = 398 Hz$.

Σωστή απάντηση η **γ**.

B3. Για το 1ο μέγιστο: $L_1 = \frac{\lambda}{4}$. Για το 2ο μέγιστο: $L_2 = \frac{3\lambda}{4}$.

Αφαιρώντας τις δύο προηγούμενες σχέσεις παίρνουμε: $L_2 - L_1 = \frac{v_{\eta\chi}}{2}T$.

Από την κλίση k της γραφικής παράστασης $L_2 - L_1 = f(T)$ βρίσκουμε $k = 173 m/s \Rightarrow \frac{v_{\eta\chi}}{2} = 173 \Rightarrow v_{\eta\chi} = 346 m/s$. Σωστή απάντηση η **γ**.

ΘΕΜΑ Γ: Γ1. Το πρώτο κύμα για να διαδοθεί από την πηγή Π_1 στο σημείο Ο χρειάζεται χρονικό διάστημα t_1 , οπότε η ταχύτητα διάδοσης είναι ίση: $v = \frac{d_1}{t_1} = 0,5 m/s$. Άλλα ίδια τιμή έχει και η ταχύτητα διάδοσης του 2ου κύματος, αφού αυτή εξαρτάται από το μέσον διάδοσης, συνεπώς σε χρόνο t_1 και το κύμα αυτό διαδίδεται σε απόσταση $(\Pi_2\Sigma) = d_1 = 1,5m$. Άλλα τότε: $(\Pi_2O) = (\Pi_2\Sigma) + (\Sigma O) = 1,5m + 2m = 3,5m$.

Γ2. Με βάση την εξίσωση ταλάντωσης των πηγών $y = 0,2\eta\mu 2\pi t$ προκύπτει ότι το πλάτος του κύματος θα είναι $A = 0,2m$, ενώ $\omega = 2\pi \Rightarrow f = 1Hz$ ($T = 1s$), οπότε από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής: $v = \lambda f \Rightarrow \lambda = 0,5m$. Έτσι οι εξισώσεις των δύο κυμάτων θα είναι της μορφής: $y = 0,2\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right)$, οπότε: $y_1 = 0,2\eta\mu 2\pi(t - 2r_1)$ και $y_2 = 0,2\eta\mu 2\pi(t - 2r_2)$. Το δεύτερο κύμα θα φτάσει στο Ο τη στιγμή $t_2 = \frac{d_2}{v} = 7s$, συνεπώς το σημείο Ο ταλαντώνεται μόνο εξαιτίας του πρώτου κύματος και έχει απομάκρυνση: $y_1 = 0,2\eta\mu 2\pi(t_3 - 2r_1) = 0$ και ταχύτητα $v_1 = 0,2 \cdot 2\pi\eta\mu 2\pi(t_3 - 2r_1) = 0,4\pi m/s$. Εξάλλου με εφαρμογή του πυθαγορείου θεωρήματος βρίσκουμε:

$$(\Pi_1\Sigma) = \sqrt{(\Pi_1O)^2 + (O\Sigma)^2} = 2,5m$$

Και το πρώτο κύμα θα χρειαστεί χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{(\Pi_1 \Sigma)}{v} = 5s$ για να φτάσει στο Σ . Τη στιγμή λοιπόν $t_3 = 4s$, το κύμα αυτό δεν έχει φτάσει στο Σ , το οποίο ταλαντώνεται μόνο εξαιτίας του 2ου κύματος έχοντας απομάκρυνση: $y_2 = 0, 2\eta\mu 2\pi(t_3 - 2r_2) = 0$ και ταχύτητα $v_2 = 0, 2 \cdot 2\pi\sigma\nu 2\pi(t_3 - 2r_2) = 0, 4\pi m/s$. Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι τα δυο σημεία ταλαντώνονται ταυτόχρονα, έχοντας κάθε στιγμή την ίδια απομάκρυνση και την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης.

Γ3. Με βάση τα παραπάνω, το σημείο O θα ταλαντώνεται μόνο εξαιτίας του πρώτου κύματος για χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1 = 4s$, εκτελώντας $N = f\Delta t = 4$ ταλαντώσεις. Από τη στιγμή t_2 που φτάνει και το δεύτερο κύμα, έχουμε συμβολή και με βάση την αρχή της επαλληλίας θα έχουμε για την απομάκρυνση του O :

$$y_O = y_1 + y_2 = 0, 2\eta\mu 2\pi(t - 2r_1) + 0, 2\eta\mu 2\pi(t - 2r_2) \Rightarrow$$

$$y_O = 0, 4\sigma\nu 2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{r_2 + r_1}{2\lambda} \right) \Rightarrow y_O = 0, 4\eta\mu 2\pi(t - 5) \text{ S.I.}$$

με $t \geq 7s$.

Γ4. Για το λόγο των μέγιστων κινητικών ενεργειών έχουμε:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}mv_{o1}^2}{\frac{1}{2}mv_{o2}^2} = \frac{\omega^2 A_1^2}{\omega^2 A_2^2} = \frac{1}{4}$$

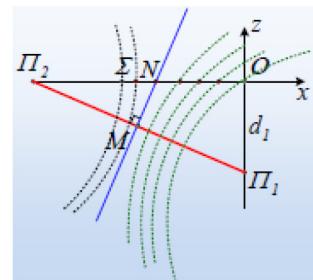
Με βάση τα προηγούμενα στο σημείο O έχουμε ενίσχυση με πλάτος ταλάντωσης $2A$. Αν το ελέγχουμε με βάση τη διαφορά των δρόμων που ακολουθούν τα δυο κύματα, θα έχουμε:

$$r_2 - r_1 = 2m = 4\lambda$$

Πράγμα που σημαίνει ότι το σημείο O βρίσκεται στην 4η υπερβολή ενισχυτικής συμβολής δεξιά της μεσοκαθέτου της $\Pi_1 \Pi_2$. Αντίστοιχα για το σημείο Σ έχουμε:

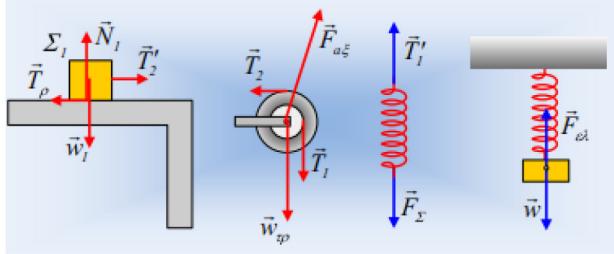
$$r'_1 - r'_2 = 1m = 2\lambda$$

Δηλαδή το σημείο Σ βρίσκεται στη 2η υπερβολή ενισχυτικής συμβολής, αριστερά της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος που συνδέει τις δυο πηγές. Άλλα τότε τα σημεία, πάνω στον άξονα x , μεταξύ O και Σ , τα οποία ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος είναι 5. Τα τρία δεξιά της μεσοκαθέτου, το ένα αριστερά και ένα σημείο πάνω στη μεσοκάθετο.



ΘΕΜΑ Δ: Δ1. Το σώμα Σ ισορροπεί, οπότε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\epsilon\lambda} = mg \Rightarrow k\Delta\ell_o = mg \Rightarrow \Delta\ell_o = 0, 4m$$



Αλλά τότε το ελατήριο δέχεται και δύναμη F_Σ ίσου μέτρου με την $F_{\varepsilon\lambda} = 20N$ από το σώμα (δράση-αντίδραση) και αφού ισορροπεί, δέχεται και κατακόρυφη δύναμη $T'_1 = 20N$ από το νήμα. Τότε το ελατήριο, ασκεί και στο νήμα κατακόρυφη δύναμη προς τα κάτω μέτρου $20N$ και από την ισορροπία του νήματος (και χωρίς ισορροπία το νήμα είναι αβαρές), αυτό ασκεί και δέχεται δύναμη $20N$ στην τροχαλία. Στο δεύτερο σχήμα λοιπόν βλέπουμε να ασκείται στην τροχαλία η τάση του κατακόρυφου νήματος $T_1 = 20N$, καθώς και η τάση T_2 του οριζόντιου νήματος, οπότε στο σώμα Σ_1 ασκείται η τάση $T'_2 = T_2$. Αφού δεν παρατηρείται ολισθηση του Σ_1 , η τροχαλία δεν στρέφεται. Αν πάρουμε μια τυχαία θέση που το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση y από την θέση ισορροπίας του, έχουμε:

$$\Sigma F = w - F_{\varepsilon\lambda}' = mg - k(\Delta\ell_o + y) = mg - k\Delta\ell_o - ky = -ky$$

Συνεπώς το σώμα Σ εκτελεί Α.Α.Τ., γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας και με πλάτος $A = 0,2m$, αφού ζεκινά την ταλάντωσή του, χωρίς αρχική ταχύτητα.

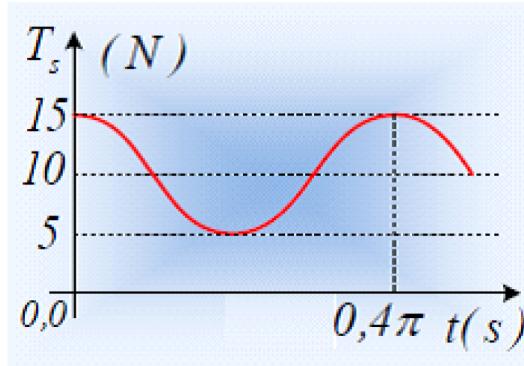
Η εξίσωση της απομάκρυνσης θα είναι της μορφής $y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$, όπου: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5r/s$. Για $t = 0$ ζεκινά την ταλάντωσή του από τη θέση $y = -A$, οπότε $\varphi_o = \frac{3\pi}{2}$ και η εξίσωση γίνεται: $y = 0,2\eta\mu(5t + \frac{3\pi}{2})$ S.I.

Δ2. Επανερχόμαστε στο σώμα Σ . Στην τυχαία θέση έχουμε (με θετική κατεύθυνση προς τα πάνω):

$$\begin{aligned} \Sigma F &= -Dy \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - mg = -ky \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = mg - ky \Rightarrow \\ F_{\varepsilon\lambda} &= 20 - 10\eta\mu \left| 5t + \frac{3\pi}{2} \right| \quad S.I. \end{aligned}$$

Αλλά με βάση όσα ειπώθηκαν παραπάνω, την ίδια εξίσωση θα ικανοποιεί και το μέτρο της τάσης T_1 (η τιμή της $F_{\varepsilon\lambda}$ παίρνει μόνο θετικές τιμές και το νήμα είναι πάντα τεντωμένο), οπότε από την ισορροπία της τροχαλίας παίρνουμε:

$$\Sigma\tau_O = 0 \Rightarrow T_1R_1 - T_2R_2 = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{2}$$



Αλλά το Σ_1 ισορροπεί, συνεπώς:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_\rho = T_s = T'_2 = T_2 \Rightarrow$$

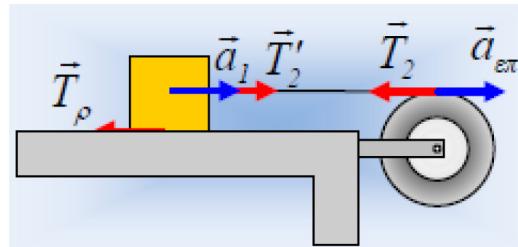
$$T_s = \frac{T_1}{2} = 10 - 5\mu \left(5t + \frac{3\pi}{2} \right) = 10 + 5\sigma v \nu 5t \quad S.I.$$

Δ3. Για να μην ολισθήσει το σώμα Σ_1 θα πρέπει η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής που θα αναπτυχθεί, να είναι μικρότερη ή ίση της οριακής στατικής τριβής:

$$T_{s,max} \leq \mu_s N_1 \Rightarrow \mu_s \geq 0,5$$

Συνεπώς ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής για να μην ολισθήσει το σώμα Σ_1 είναι ίσος με $\mu_{s,min} = 0,5$.

Δ4.



Τη στιγμή $t = 0$ που αφήνουμε ελεύθερα τα σώματα, το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell = \Delta\ell_o + y_1 = 0,8m$, οπότε το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου είναι: $F_{\varepsilon\lambda} = k\Delta\ell = 40N$, οπότε και το μέτρο της τάσης $T_1 = 40N$. Άλλα τότε αν υποθέσουμε ότι η τροχαλία ισορροπεί, η τάση του οριζοντίου νήματος είναι ίση με $T_2 = T_1 \frac{R_1}{R_2} = 20N$, ενώ η μέγιστη στατική τριβή που μπορεί να ασκηθεί στο σώμα Σ_1 είναι $T_{o\rho} = T_{o\lambda} = \mu N_1 = 15N$. Αυτό σημαίνει ότι δεν έχουμε πια ισορροπία και η τροχαλία στρέφεται δεξιόστροφα ενώ το σώμα Σ_1 επιταχύνεται προς τα δεξιά. Ερχόμαστε τώρα στο σώμα Σ .

Αυτό επιταχύνεται προς τα πάνω με αρχική επιτάχυνση μέτρου: $a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F_{\varepsilon\lambda}-w}{m} = 10m/s^2$. Από το 2o νόμο του Νεύτωνα για την τροχαλία και το σώμα Σ_1 παίρνουμε:

$$\Sigma F_x = m_1 a_1 \Rightarrow T'_2 - T_{o\lambda} = m_1 a_1 \quad (2)$$

$$\Sigma \tau_o = I a_\gamma \Rightarrow T_1 R_1 - T_2 R_2 = I a_\gamma \quad (1)$$

Η ροπή αδράνειας της διπλής τροχαλίας είναι: $I = I_1 + I_2 = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 + \frac{1}{2} M_2 R_2^2 = 0,09 Kgm^2$. Άλλα κάθε σημείο του οριζόντιου νήματος έχει την ίδια επιτάχυνση, οπότε $a_1 = a_{\varepsilon\pi} = a_\gamma R_2$ και έχουμε προσθέτοντας τις (1) και (2):

$$a_1 = \frac{T_1 \frac{R_1}{R_2} - T_{o\lambda}}{m_1 + \frac{I}{R_2^2}} = \frac{20}{21} m/s^2$$