Γ Ρ Α Π Τ Ε Σ Π Ρ Ο Α Γ Ω Γ Ι Κ Ε Σ Ε Ξ Ε Τ Α Σ Ε Ι Σ

Π Ε Ρ Ι Ο Δ Ο Υ Μ Α Ϊ Ο Υ - Ι Ο Υ Ν Ι Ο Υ 2011

Τ Α Ξ Η   Α

Μ Α Θ Η Μ Α: Γ Ε Ω Μ Ε Τ Ρ Ι Α

Θέμα 1ο

Α. Να αποδείξετε ότι: Το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές. **Μον.9**

Β. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:

Β$_1$. Οι διχοτόμοι των γωνιών ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο το οποίο λέγεται ………………. του τριγώνου.

Β$_2$. Οι διαγώνιες ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι ……………..

Β$_3$. Το άθροισμα των γωνιών κυρτού ν-γώνου είναι ίσο με ………………. ορθές.

Μον.2Χ3=6

Γ. Να χαρακτηρίσετε στο γραπτό σας με Σωστό ή Λάθος κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις:

α. Δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες αν και μόνο αν τα αποστήματά τους είναι ίσα.

β. Δύο κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά αν και μόνο αν η διάκεντρός τους ισούται με την διαφορά των ακτίνων τους.

γ. Στην Ευκλείδια γεωμετρία,από σημείο A εκτός ευθείας ε άγονται από το A προς την ε δύο διαφορετικές παράλληλες ευθείες.

δ. Αν σε δύο τρίγωνα δύο γωνίες του ενός τριγώνου είναι μία προς μία ίσες με δύο γωνίες του άλλου τριγώνου,τότε αναγκαστικά και οι τρίτες τους γωνίες είναι ίσες.

ε. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ η $A\Delta$ είναι διάμεσος και Θ το κέντρο βάρους του τριγώνου $AB\Gamma$,τότε είναι $\Theta A = 2\Theta\Delta$.

Μον2Χ5=10

Θέμα 2ο

Θεωρούμε τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με βασεις $AB, \Delta\Gamma, (AB < \Delta\Gamma)$ και E ένα εσωτερικό σημείο του $\Delta\Gamma$.Εστω M, N τα μέσα των $A\Delta, B\Gamma$ αντίστοιχα.

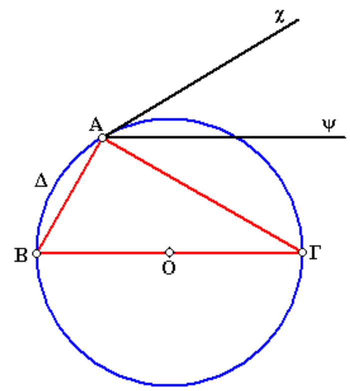
Δίνονται τα μήκη: $AB = 5, MN = 6, B\Gamma = 3$ και $\Delta E = 2$ τότε:

i. Να δείξετε ότι το μήκος της βάσης $\Delta\Gamma$ του τραπεζίου είναι $\Delta\Gamma = 7$. **Μον.13**

ii. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο και να βρείτε το μήκος του τμήματος AE. **Μον.6+6=12**

Θέμα 3ο

Στο παρακάτω σχήμα η $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου (O, R),η ημιευθεία $A\chi$ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο A και η ημιευθεία $A\psi$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\chi A\Gamma}$.



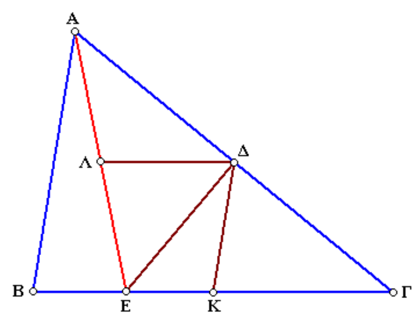
Αν $\widehat{\chi A\Gamma} = 60^0$,τότε: **i.** Να αποδείξετε ότι :$AB = R$. **Μον.9**

ii. Να υπολογίσετε το τόξο $\widehat{A\Delta B}$. **Μον.8**

iii. Να δείξετε ότι : $A\psi // B\Gamma$. **Μον.8**

<u>Θέμα 4^ο</u>

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$.Η $E\Delta$ είναι μεσοκάθετος της πλευράς $A\Gamma$ και τα σημεία K, Λ είναι τα μέσα των $B\Gamma, AE$ αντίστοιχα.



Δείξτε ότι: **i.** Το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές. **Μον.10**

ii. $\Delta\Lambda = \Delta K$. **Μον.8**

iii. $\Delta E = K\Lambda$. **Μον.7**

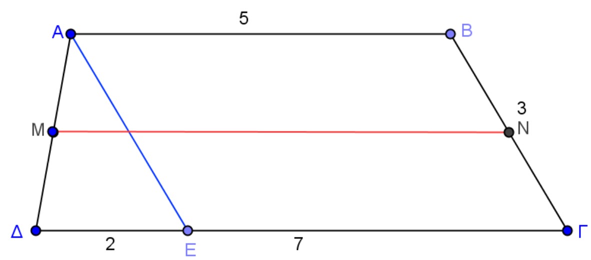
Ε Ν Δ Ε Ι Κ Τ Ι Κ Ε Σ Α Π Α Ν Τ Η Σ Ε Ι Σ

Θέμα 1^{o}

Α. Σχ.βιβλ. σελ.83.
Β. Β$_1$: έγκεντρο.
Β$_2$: ίσες.
Β$_3$: $(2\nu - 4)$ ορθές.
Γ. α. Σωστό
β. Λάθος.
γ. Λάθος.
δ. Σωστό.
ε. Σωστό.

Θέμα 2^{o}

i. Το τμήμα MN είναι διάμεσος του τραπεζίου,οπότε $MN = \frac{AB+\Delta\Gamma}{2} \Leftrightarrow 6 = \frac{5+\Delta\Gamma}{2} \Leftrightarrow \Delta\Gamma = 7$.
ii.



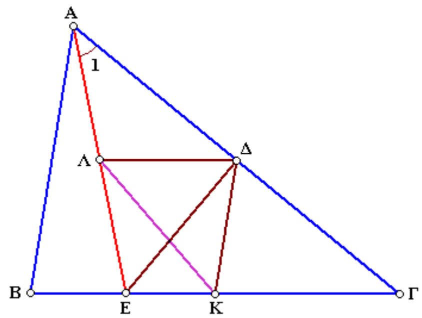
Έχουμε $E\Gamma = 7 - 2 = 5$.Άρα $AB // = E\Gamma$,οπότε το τετράπλευρο $AB\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο. Επομένως $AE = B\Gamma = 3$.

Θέμα 3^{o}

Αρχικά επειδή η γωνία $\hat{A}$ βαίνει σε ημικύκλιο,είναι ορθή.
i. Η γωνία $\widehat{\chi A\Gamma}$ είναι γωνία χορδής και εφαπτομένης οπότε: $\widehat{\chi A\Gamma} = \hat{B} \Leftrightarrow \hat{B} = 60^0 \Rightarrow \hat{\Gamma} = 30^0$.
Άρα $AB = \frac{B\Gamma}{2} \Leftrightarrow AB = R$.
ii. Η γωνία $\hat{\Gamma}$ είναι εγγεγραμμένη στον κύκλο (O, R) οπότε :
$\hat{\Gamma} = \frac{1}{2}\widehat{A\Delta B} \Leftrightarrow \widehat{A\Delta B} = 2\hat{\Gamma} \Leftrightarrow \widehat{A\Delta B} = 60^0$.

iii. Είναι $\psi\hat{A}\Gamma = \frac{\chi\hat{A}\Gamma}{2} = 30^0 = \hat{\Gamma}$..Οι $A\psi, B\Gamma$ τεμνόμενες από την $A\Gamma$ σχηματίζουν εντός εναλλάξ γωνίες ίσες,άρα είναι παράλληλες.

<u>Θέμα 4^{o}</u>



I. Το σημείο E βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο του $AΓ$,οπότε $EA = EΓ$.Άρα το τρίγωνο $EAΓ$ είναι ισοσκελές με $\hat{A}_1 = \hat{Γ}$.
Η γωνία $\widehat{AEB}$ είναι εξωτερική γωνία του τριγώνου $AEΓ$ οπότε έχουμε $\widehat{AEB} = \hat{A}_1 + \hat{Γ} \Leftrightarrow \widehat{AEB} = 2\hat{Γ} \Leftrightarrow \widehat{AEB} = \hat{B}$.Αρα το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές με $AB = AE$.
ii. Στο ορθογώνιο τρίγωνο $ΔAE$ το $ΔΛ$ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα AE,οπότε έχουμε $ΔΛ = \frac{AE}{2}$ (1).
Το $ΔK$ ενώνει τα μέσα των πλευρών $AΓ, BΓ$ του τριγώνου $ABΓ$,οπότε είναι $ΔK = \frac{AB}{2}$ (2).
Από το ερώτημα **i.** έχουμε $AB = AE$. Έτσι από τις (1),(2) προκύπτει $ΔΛ = ΔK$.
iii. Το $ΛΔ$ ενώνει τα μέσα των πλευρών $AE, AΓ$ του τριγώνου $AEΓ$,οπότε είναι $ΛΔ//EΓ \Rightarrow ΛΔ//EK$.
Δεδομένου ότι τα τμήματα $KΔ, EΛ$ είναι μη παράλληλα και ίσα,το τετράπλευρο $KEΛΔ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο οπότε οι διαγώνιες του είναι ίσες,δηλαδή $ΔE = KΛ$.