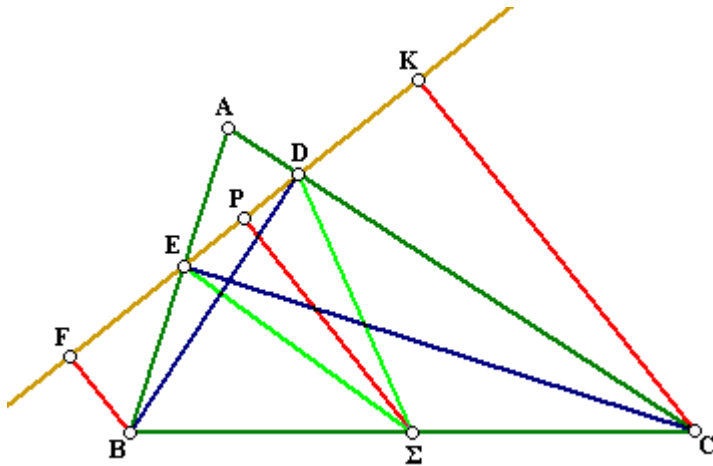


ΠΑΝΕΝΩΣΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ Ε.Σ.Σ.Δ 1988

ΑΣΚΗΣΗ (προσιτή στους μαθητές της Α Λυκείου)

Στο οξυγώνιο τρίγωνο ABC φέρουμε τα ύψη BD και CE . Από τις κορυφές B και C φέρουμε καθέτους BF και CK στην ευθεία DE . Αποδείξτε ότι $EF = DK$.

Λύση



Έστω S το μέσο του BC . Στα ορθογώνια τρίγωνα EBC και DBC τα τμήματα ES, DS αντίστοιχα είναι διάμεσοι, οπότε $ES = DS = \frac{BC}{2}$. Άρα το τρίγωνο SED είναι ισοσκελές. Αν SP ύψος του τριγώνου SED , τότε το SP είναι και διάμεσος. Άρα $PE = PD$ (1).

Το τετράπλευρο $BFKC$ είναι τραπέζιο και το τμήμα SP είναι διάμεσός του. Άρα $FP = PK \Leftrightarrow FE + EP = PD + DK \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} FE = DK$.