ΖΑΝΝΕΙΟ ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΜΑΥΡΟΜΑΤΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΤΟ $5^{Ο}$ ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

(§ 5.9 ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ)

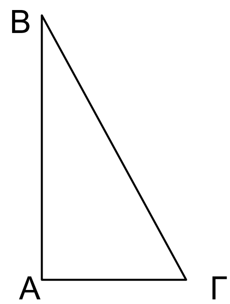
Α

Θεώρημα 1

Η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.

Απόδειξη ($1^{ος}$ τρόπος) **Σχήμα**

Έστω ορθογ τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{Α} = 90^{o}$)



Φέρουμε τη διάμεσο ΑΜ θα δείξουμε ότι ΑΜ = $\frac{ΒΓ}{2}$

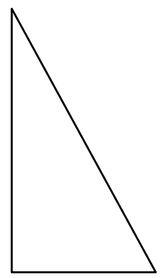
α) Να συμπληρωθεί το σχήμα

β) Να φέρετε και τη διάμεσο ΜΔ του τριγώνου ΑΜΓ.

Αφού Μ μέσο της …..και Δ μέσο της …..άρα: ΜΔ … ΑΒ.

Όμως ΑΒ $\perp$ ΑΓ. Άρα ΜΔ $\perp$ ….Επομένως ΜΔ είναι ………και ………..του τριγώνου ΑΜΓ . Άρα το τρίγωνο ΑΜΓ είναι ……….οπότε ΑΜ = ……άρα και ΑΜ = …..Επομένως ΑΜ = ….

Απόδειξη ($2^{ος}$ τρόπος) **Σχήμα**



Φέρουμε τη διάμεσο ΑΜ την προεκτείνουμε και παίρνουμε τμήμα ΜΔ = ΑΜ.

Να συμπληρωθεί το σχήμα

Τι σχήμα είναι το ΑΒΔΓ; (γιατί ;)

Άρα οι διαγώνιοι είναι ……..οπότε ……..

Εφαρμογή 1

Ερώτηση κατανόησης βιβλίου (άσκηση 1 σελίδα 110 σχήματα 6 και 6)

Εφαρμογή 2 (Άσκηση 3 Εμπέδωσης σελ. 111) **Σχήμα**

Σε τρίγωνο ΑΒΓ φέρουμε τα ύψη ΒΔ και ΓΕ. Αν Μ μέσο της ΒΓ να δειχθεί ότι ΜΔ = ΜΕ.

α) Να γίνει το σχήμα

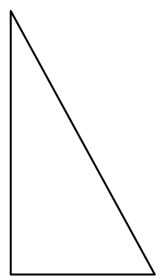
β) Τα ορθογώνια τρίγωνα ΒΓΔ και ΒΓΕ έχουν υποτείνουσα

……….με μέσο…… Άρα

Εφαρμογή 3 **Σχήμα**

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}$ = 90^o) .

Φέρουμε το ύψος του ΑΔ. Αν Μ , Ν τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να δειχθεί ότι ΔΜ $\perp$ ΔΝ



α) Να συμπληρωθεί το σχήμα

β) Αναγνωρίστε τα ισοσκελή τρίγωνα του σχήματος.

γ) Άρα $M\hat{\Delta}A$ = …. Και $N\hat{\Delta}A$ = …… οπότε:

B

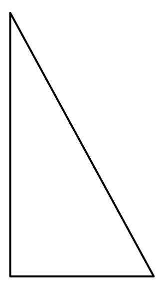
Θεώρημα 2

Αν η διάμεσος ενός τριγώνου ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο υποτείνουσα την πλευρά αυτή.

Απόδειξη ($1^{ος}$ τρόπος) **Σχήμα**

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και ΑΜ η διάμεσός του.

Αν ΑΜ = $\frac{B\Gamma}{2}$ τότε θα δείξουμε ότι $\hat{A}$ = 90^o

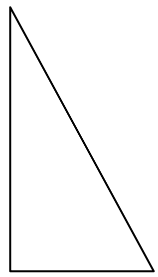


α) Να συμπληρωθεί το σχήμα

β) Τα τρίγωνα ………. και …………είναι ισοσκελή, οπότε

$\hat{B}$ = …..και $\hat{\Gamma}$ = …..άρα $\hat{B} + \hat{\Gamma}$ = …….οπότε:…….

Απόδειξη (2ος τρόπος) **Σχήμα**



Φέρουμε τη διάμεσο ΑΜ την προεκτείνουμε και

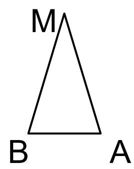
παίρνουμε τμήμα ΜΔ = ΑΜ.

Να συμπληρωθεί το σχήμα

Το ΑΒΔΓ είναι παραλληλόγραμμο γιατί:

Όμως για τις διαγωνίους ΒΓ , ΑΔ ισχύει:……. άρα το ΑΒΔΓ είναι ……….
Επομένως:………

Εφαρμογή 1 **Σχήμα**



Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΜΑΒ (ΜΑ = ΜΒ).
Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΜ (προς το Μ)

και παίρνουμε τμήμα ΜΓ = ΒΜ. Να δειχθεί ότι $B\hat{A}\Gamma = 90^o$

α) Να συμπληρωθεί το σχήμα

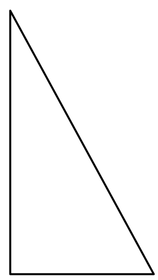
β) ΜΓ = ΜΒ άρα Μ …….. του ΒΓ , οπότε ΑΜ ………..

Αφού ΜΑ = ΜΒ , ΑΜ = $\frac{\dots\dots}{2}$ άρα ………..

Γ

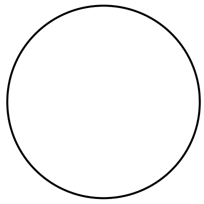
Κατασκευή 1 (περιγεγραμμένος κύκλος ορθογωνίου τριγώνου)

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^o$). Αν Μ το μέσο
της υποτείνουσας ΒΓ τότε ΜΑ = ….. = …….Άρα το Μ ισαπέχει
από …………..του ΑΒΓ οπότε είναι το…………..του τριγώνου.
Να κατασκευαστεί ο περιγεγραμμένος κύκλος του ορθογωνίου
τριγώνου ΑΒΓ.



Κατασκευή 2 (εφαπτομένη κύκλου από εξωτερικό σημείο)

Ανάλυση



Έστω κύκλος (Ο , ρ) και σημείο Σ εκτός αυτού.

Αν ΣΑ εφαπτομένη του κύκλου τότε το τρίγωνο ΣΑΟ Σ

είναι $\hat{A}$ = ……. Άρα το μέσο Μ της ΣΟ ισαπέχει από

τα σημεία ………… Αν με κέντρο το Μ και ακτίνα $\frac{ΣΟ}{2}$ γράψουμε κύκλο ο

κύκλος θα διέρχεται από τα ………. ....

Σύνθεση – Κατασκευή.

Ασκήσεις

1. Δίνεται γωνία $χ\hat{O}ψ$ και σημείο Α στο εσωτερικό της. Από το Α φέρουμε ΑΒ $\perp$ Οχ και ΑΓ $\perp$ Οψ. Αν Μ μέσο της ΟΑ να δειχθεί ότι το τρίγωνο ΜΒΓ είναι ισοσκελές.

2. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ > ΑΓ) και σημείο Δ στην πλευρά του ΑΒ τέτοιο ώστε ΑΔ = ΑΓ . Στην προέκταση της ΒΑ παίρνουμε τμήμα ΑΕ = ΑΓ. .Να δειχθεί ότι ΔΓ $\perp$ ΕΓ.

3. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ (ΑΒ = 2 ΒΓ) και Ε το μέσο της πλευράς ΓΔ.. Να δειχθεί ότι $A\hat{E}B = 90^o$