ΖΑΝΝΕΙΟ ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΜΑΥΡΟΜΑΤΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤ/ΝΣΗΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ....

ΤΜΗΜΑ: .... **ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ**

ΘΕΜΑ 1^ο^

Α. Αν z_1 , z_2 είναι μιγαδικοί αριθμοί τότε να αποδειχθεί ότι :

$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$ (10- μον)

Β. Να εξεταστεί ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ποιες λάθος

α) Για κάθε μιγαδικό αριθμό z ισχύει: Re ($\frac{1}{z}$) = $\frac{1}{\mathrm{Re}(z)}$

β) Αν για τους μιγαδικούς z , w ισχύει: $z^2 + w^2 = 0$ τότε : $z = 0$ και $w = 0$

γ) Για τους μιγαδικούς z , w ισχύει Re ($z \cdot \overline{w}$) = Re ($\overline{z} \cdot w$)

δ) Για κάθε μιγαδικό αριθμό z ισχύει: $(z - \overline{z})^2 \geq 0$

ε) Για κάθε μιγαδικό αριθμό z ότι ισχύει η σχέση $|z^\nu| = |\overline{z}|^\nu$

(10- μον)

Γ. Αιτιολογήστε τις απαντήσεις σας στις προτάσεις α και β (10- μον)

ΘΕΜΑ 2^ο^

Έστω ο μιγαδικός z με $|i \cdot \overline{z} - 2 + 5 \cdot i| = 2$.

α) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος του z (10 – μον)

β) Να δειχθεί ότι : $3 \leq |z + 8 + 2 \cdot i| \leq 7$ (15 – μον)

γ) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος του $w = - i \cdot z + 2$ (10 – μον)

δ) Να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή $|z - w|$ (10 – μον)

ΘΕΜΑ 3^ο^

Έστω ο μιγαδικός z τον οποίο ισχύει:

$(z + i)^{2012} = -(2i)^5(\overline{z} - i)^{2007}$ τότε:

α) να βρείτε το $|z + i|$ (15 – μον)

β) να δειχθεί ότι ο $u = \frac{(z+i)^2 + 4}{z+i}$ είναι πραγματικός (10 – μον)