2. Αν επιλέξουμε τυχαία ν+1 αριθμούς από τους αριθμούς 1,2,3,...,2ν, να δειχθεί ότι υπάρχουν πάντοτε τουλάχιστον δύο , ώστε ο ένας να διαιρεί τον άλλο.

<u>ΛΥΣΗ</u>

Έστω $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_\rho,\pi_1,\pi_2,...,\pi_\mu$ με ρ+μ=ν+1 οι επιλεγέντες αριθμοί, από τους οποίους οι $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_\rho$ είναι άρτιοι και οι $\pi_1,\pi_2,...,\pi_\mu$ περιττοί.

Από τους δοσμένους 2ν αριθμούς οι ν είναι άρτιοι και οι ν είναι περιττοί. Έτσι μετά την επιλογή μας υπολείπονται ν-ρ άρτιοι και ν-μ=ν-(ν+1-ρ)=ρ-1 περιττοί.

Κάθε άρτιος (που επιλέχτηκε) γράφεται στη μορφή $\alpha_\lambda=2^{\mu_\lambda}\kappa_\lambda$ όπου οι αριθμοί κ_λ είναι περιττοί. Έτσι σε κάθε άρτιο α_λ αντιστοιχεί κάποιος περιττός κ_λ. Αν α_ξ και α_ψ είναι δυο διαφορετικοί άρτιοι για τους οποίους ισχύει $\kappa_\xi=\kappa_\psi$ τότε προφανώς θα έχουμε α_ξ/α_ψ ή α_ψ/α_ξ. Αν όμως όλοι οι αριθμοί $\kappa_1,\kappa_2,...\kappa_\rho$ είναι διαφορετικοί μεταξύ τους, επειδή το πλήθος τους είναι ρ, ενώ το πλήθος των περιττών που απόμειναν μετά την επιλογή μας είναι ρ-1, ένας τουλάχιστον απ' αυτούς έστω ο κ_η θα είναι κάποιος εκ των $\pi_1,\pi_2,...,\pi_\mu$. Αν λοιπόν $\kappa_\eta=\pi_\theta$ θα έχουμε π_θ/α_η.

Κασαπίδης Γεώργιος