

Εξίσωση 2^{ου} Βαθμού

$$ax^2 + \beta x + \gamma = 0, \quad a \neq 0$$

1. Πως λύνουμε εξισώσεις 2^{ου} βαθμού με $\gamma = 0$;

Απάντηση: με παραγοντοποίηση δηλαδή $ax^2 + \beta x = 0 \Leftrightarrow x(ax + \beta) = 0 \Leftrightarrow \left(x = 0 \quad \text{ή} \quad x = -\frac{\beta}{a} \right)$

Να λυθούν οι εξισώσεις:

α. $x^2 - 3x = 0$

β. $3x^2 - x = 0$

γ. $(x+1)^2 - 3(x+1) = 0$

2. Πως λύνουμε εξισώσεις 2^{ου} βαθμού με $\beta = 0$;

Απάντηση: με τη θεωρία της εξίσωσης $x^v = a$, δηλαδή

$$ax^2 + \gamma = 0 \Leftrightarrow ax^2 = -\gamma \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0, & -\frac{\gamma}{a} > 0, & x = \pm \sqrt{-\frac{\gamma}{a}} \\ a < 0, & -\frac{\gamma}{a} < 0, & \text{αδύνατη} \end{cases}$$

Να λυθούν οι εξισώσεις:

α. $x^2 - 3 = 0$

β. $3x^2 + 1 = 0$

γ. $(x+1)^2 - 4 = 0$

δ. $3(x+1)^2 - 21 = 0$

ε. $2(x+1)^2 + 3 = 0$

$$\text{στ. } 2(x+1)^2 - 3 = 0$$

3. Πως λύνουμε εξισώσεις 2^{ου} βαθμού με συμπλήρωση τετραγώνου;

Απάντηση: Προσπαθούμε τους δύο πρώτους όρους να τους κάνουμε τέλειο τετράγωνο

παραδείγματα:

Να λυθεί η εξίσωση $x^2 - 6x + 5 = 0$.

Να λυθεί η εξίσωση $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Απάντηση

$$\begin{aligned}x^2 - 6x + 5 &= 0 \Leftrightarrow \\x^2 - 2 \cdot 3x &= -5 \Leftrightarrow \\x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2 &= -5 + 3^2 \Leftrightarrow \\(x-3)^2 &= 4 \Leftrightarrow \\(x-3 = \sqrt{4} \quad \text{ή} \quad x-3 = -\sqrt{4}) &\Leftrightarrow \\(x = 2+3 \quad \text{ή} \quad x = -2+3) &\Leftrightarrow \\(x = 5 \quad \text{ή} \quad x = 1) &\end{aligned}$$

Απάντηση

$$\begin{aligned}x^2 - 3x + 2 &= 0 \Leftrightarrow \\x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x &= -2 \Leftrightarrow \\x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 &= -2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \\(x - \frac{3}{2})^2 &= \frac{1}{4} \Leftrightarrow \\(x - \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}} \quad \text{ή} \quad x - \frac{3}{2} = -\sqrt{\frac{1}{4}}) &\Leftrightarrow \\(x = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \quad \text{ή} \quad x = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}) &\Leftrightarrow \\(x = 2 \quad \text{ή} \quad x = 1) &\end{aligned}$$

Να λυθούν οι εξισώσεις:

α. $x^2 - 8x + 15 = 0$

β. $x^2 - 4x - 5 = 0$

γ. $x^2 + 3x - 15 = 0$

δ. $x^2 - 5x - 14 = 0$

ε. $x^2 + 2x - 1 = 0$
