

Άλγεβρα Β Λυκείου

Φυλλάδιο



Άσκηση 1

Να βρεθούν τα x, y αν ισχύει ότι:

$$\sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} - x^2 - y^2 - 7 + |3x + y - 11| = 0$$

Άσκηση 2

Να βρεθούν τα $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ ώστε τα συστήματα

$$(\Sigma_1): \begin{cases} 3x + 3 = 6y + 12 \\ \frac{x}{5} + 4y = 5 \end{cases} \quad \text{και}$$

$$(\Sigma_2): \begin{cases} (\kappa - 1)x + (2\lambda + 2)y = \kappa + \lambda \\ 2\kappa x + 10\lambda y = 0 \end{cases} \quad \text{να είναι}$$

ισοδύναμα.

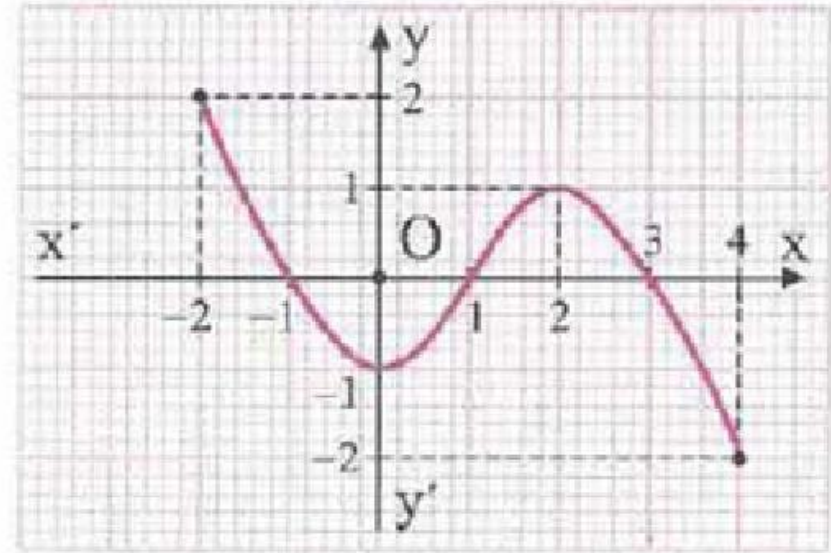
Άσκηση 3

Να λυθεί στο \mathbb{R} , το σύστημα:

$$\begin{cases} x + \sqrt{xy} + y = 7 \\ x^2 + xy + y^2 = 21 \end{cases}$$

Άσκηση 4

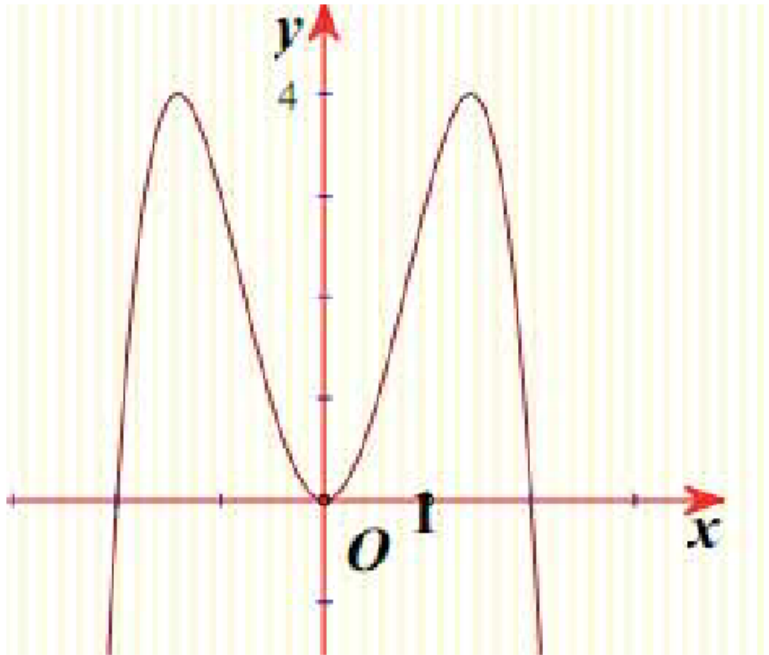
Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f στο παρακάτω σχήμα. Να βρεθεί:



- i) Το πεδίο ορισμού της.
- ii) Το σύνολο τιμών της.
- iii) Τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες $x'x$ και $y'y'$.
- iv) Για ποιες τιμές του x η C_f βρίσκεται πάνω από τον $x'x$.
- v) Να βρεθεί το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = 1$.

Άσκηση 5

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -x^4 + 4x^2$.



Να βρεθούν οι τιμές του $m \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $x^4 - 4x^2 + 1 - m = 0$, να έχει 4 ρίζες να υπογραμμιστεί η σωστή απάντηση στις παρακάτω περιπτώσεις.

- α. $-5 < m < 1$
- β. $0 \leq m \leq 4$
- γ. $-5 \leq m \leq -1$
- δ. $-3 \leq m \leq 1$

Άσκηση 6

Έστω συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει:

$$f^3(x) + f(x) = x \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

- i) Να αποδειχτεί ότι η f είναι γνησίως αύξουσα.
- ii) Να λυθεί η ανίσωση:

$$f(x^3) < f(3x^2 - 3x - 2)$$

Άσκηση 7

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 3x^3 + 2x - 5, x \in \mathbb{R}.$$

- α) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα
- β) Να λυθεί η εξίσωση: $f(x) = 0$ και να γίνει ο πίνακας προσήμων της f .
- γ) Αν $\alpha > 0$, να δείξετε ότι: $f(\alpha) \cdot f\left(\frac{1}{\alpha}\right) < 0$

8.

Έστω το πολυώνυμο $P(x) = (k - 2)x^3 - x^2 + kx + 1$, $k \in \mathbb{R}$

i) Για τις διάφορες τιμές του k να βρείτε τον βαθμό του $P(x)$

ii) Αν το $x - 1$ είναι παράγοντας του $P(x)$ να δείξετε ότι $k = 1$

iii) Όταν $k = 1$ να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$

iv) Όταν $k = 3$ δείξτε ότι η εξίσωση $P(x) = 0$ δεν έχει ακέραιες λύσεις

9.

Να λυθούν οι εξισώσεις

i)
$$\frac{4 - \sqrt{x}}{2} = \frac{\sqrt{4x + 20}}{4 + \sqrt{x}}$$

ii)
$$3x^2 + 2x = 2\sqrt{3x^2 + 2x + 4} - 1$$