

ΑΛΓΕΒΡΑ

Β λυκείου

Φυλλάδιο 2

1.

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

- Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $\rho = 1$ είναι ρίζα του πολυωνύμου
- Να βρείτε το ηλίκο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $(x-1)$
- Να λύσετε την εξίσωση $x^3 + 4 = x^2 + 4x$
- Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση του πολυωνύμου $P(x)$ είναι χαμηλότερα από τον άξονα των x .

2.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -10 + 4\eta\mu 2x$

- Να βρείτε την περίοδο καθώς επίσης τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.
- Να βρείτε τα x για τα οποία η τιμή της f είναι -12
- Από τα x που βρήκατε στο (ii), ποια ανήκουν στο διάστημα $[-\pi, \pi]$;
- Να εξετάσετε την f ως προς την μονοτονία σε διάστημα πλάτους ίσο με την περιόδó της.

3.

Έστω τα συστήματα

$$\Sigma_1: \begin{cases} (\alpha + 1)x - \beta y = 1 \\ x + y = -1 \end{cases} \quad \Sigma_2: \begin{cases} x + (\beta + 2)y = \alpha^2 + 1 \\ x - (\alpha - 1)y = \beta^3 \end{cases} \quad \text{όπου } \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

δείξτε ότι όταν το Σ_1 είναι αόριστο τότε το Σ_2 είναι αδύνατο .

4.

- Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $(x-\rho)$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$

- Να γράψετε το γράμμα της στήλης A και δίπλα τον αριθμό της στήλης B που περιέχει έναν παράγοντα του πολυωνύμου της στήλης A

Στήλη A	Στήλη B
α. $x^2 - 3x + 2$	1. $x - \alpha$
β. $x^2 - 9$	2. $x + \alpha$
γ. $x^3 - 2\alpha x^2 + \alpha^3$	3. $x - 3$
	4. $x - 1$

- Αν το πολυώνυμο $P(x) = x^{2000} + \lambda x - 2$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$, έχει παράγοντα το $(x-1)$ τότε το λ ισούται με A. -1 , B. 1 , Γ. 0 , Δ. 2 , E. -2
Γράψετε το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.

5.

Να λυθούν οι εξισώσεις **i)** $\eta\mu^2 5x - \eta\mu^2(x - 45^\circ) = 0$

ii) $\eta\mu^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sigma\upsilon\nu^2 3x = 1$

6.

Έστω η συνάρτηση $f(x) = 4 - 3\eta\mu 2x$

i) Να βρείτε τις τιμές $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ και την περίοδο T της συνάρτησης

ii) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = \frac{5}{2}$

iii) Να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης

7.

Έστω ένα πολυώνυμο $P(x)$ βαθμού $n \geq 2$ τέτοιο ώστε να ισχύει

$8(x-1)P(x) - xP(2x+3) = -52x^3 - 8x^2 - 6x - 16$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-1$ να είναι 2

i) Να δικαιολογήσετε γιατί το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x^2 - 6x + 5)$ θα είναι της μορφής $v(x) = ax + \beta$

ii) Να αποδείξετε ότι $a = 20$ και $\beta = -18$

iii) Αν το πηλίκο της διαίρεσης $P(x) : (x^2 - 6x + 5)$ είναι το $\pi(x) = x + 4$

α) Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης του $P(x)$ με τον άξονα των y

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης του $P(x)$ με την ευθεία $y = 2$

γ) Να βρείτε τα διαστήματα των τιμών του x για τα οποία η γραφική παράσταση του $P(x)$ είναι ψηλότερα από την ευθεία $y = 2$