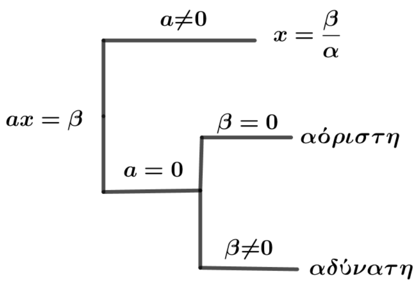
Εξισώσεις 1ου βαθμού

Σεπτέμβρης 2019

.



1 Επίλυση εξισώσεων

Ορισμός: Μια εξίσωση με έναν άγνωστο ,(x), λέγεται πρώτου βαθμού , αν έχει ή μπορεί να πάρει τη μορφή

$$\boldsymbol{ax = \beta \quad ,\text{με} \quad a \neq 0}$$

Για παράδειγμα, οι εξισώσεις

$$(\alpha)\, x - 9 = 2$$
$$(\beta)\, 3x = 8 - x$$
$$(\gamma)\, 2\,(3 - x) = 5\,(7 + 2x) - 9$$
$$(\delta)\, \frac{x-3}{3} + 2\frac{2x+4}{5} = 4 - x$$

είναι όλες πρώτου βαθμού.

Ορισμός: Λύση μιας εξίσωσης ονομάζεται κάθε αριθμός που την επαληθεύει.

Π.χ. η εξίσωση $3x - 1 = 2$ έχει λύση τον αριθμό $x = 1$ αφού $3 \cdot 1 - 1 = 2$.

Ο σκοπός μας εδώ είναι να καταφέρουμε να λύσουμε μια οποιαδήποτε εξίσωση 1ου βαθμού. Αυτό σημαίνει ότι αν δίνεται μια εξίσωση 1ου βαθμού, θα πρέπει με κάποιο τρόπο να βρούμε **όλες** τις λύσεις της. Η διαδικασία με την οποία βρίσκουμε τις λύσεις μιας εξίσωσης λέγεται *επίλυση* της εξίσωσης, και θα την περιγράψουμε παρακάτω ξεκινώντας από τις πιο απλές περιπτώσεις και καταλήγοντας στις πιο σύνθετες.

I. Η εξίσωση $ax = \beta$ - Διαίρεση με τον συντελεστή του αγνώστου

Αν η εξίσωση βρίσκεται στη μορφή $ax = \beta$ και $a \neq 0$ τότε έχει ακριβώς μια λύση , την $x = \dfrac{\beta}{\alpha}$, δηλαδή

$$\boxed{\boldsymbol{ax = \beta \Leftrightarrow x = \frac{\beta}{a}}}$$

Για παράδειγμα έχουμε,

$$\bullet 2x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$
$$\bullet -2x = 3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$$
$$\bullet 1,23x = 90 \Leftrightarrow x = \frac{90}{1,23}$$
$$\bullet -3x = -5 \Leftrightarrow x = \frac{-5}{-3} \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$$
$$\bullet \frac{4}{3}x = \frac{4}{5} \Leftrightarrow x = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{4}{3}} \Leftrightarrow x = \frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 5} \Leftrightarrow x = \frac{3}{5}$$

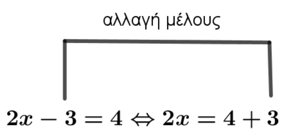
Άσκηση 1: Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$(i)\, 5x = 10 \;\; (ii)\, 2x = -3 \;\; (iii)\, 5,44x = 2,45$$
$$(iv) -5x = -8 \;\; (v)\, \frac{3}{7}x = \frac{8}{7} \;\; (v)\, \frac{3}{7}x = \frac{8}{7}$$
$$(vi)\, 5x = \frac{1}{2} \;\; (vii)\, \frac{1}{3}x = 6$$

Σε όλες τις επόμενες περιπτώσεις ο σκοπός μας είναι να μετασχηματίζουμε ισοδύναμα τις εξισώσεις στη μορφή $ax = \beta$ ώστε να εφαρμόζουμε την περίπτωση Ι , δηλαδή να διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου , α, και να παίρνουμε τη λύση.

ΙΙ - Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους

Ας θεωρήσουμε την εξίσωση $2x - 3 = 4$. Στο 1ο μέλος , εκτός του όρου $2x$ που περιέγχει τον άγνωστο, υπάρχει και ο όρος -3. Προκειμένου να λυθεί η εξίσωση, πρέπει να μεταφέρουμε το -3 στο 2ο μέλος. Αυτό γίνεται αν του αλλάξουμε το πρόσημο, ως εξής:



1.πνγ

Στο επόμενο βήμα, αρκεί να παρατηρήσουμε ότι $4 + 3 = 7$ και έτσι φτάνουμε στην περίπτωση Ι, δηλαδή στην εξίσωση $2x = 7$. Επομένως η λύση είναι $x = \frac{7}{2}$. Σε αυστηρή μαθηματική γλώσσα έχουμε,

$$2x - 3 = 4 \Leftrightarrow 2x = 4 + 3 \Leftrightarrow 2x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$$

Εδώ λοιπόν πρέπει να θυμόμαστε τον γενικό κανόνα:

Ο΄,τι αλλάζει μέλος , αλλάζει και πρόσημο

Μερικά ακόμα παραδείγματα:

$$(\alpha)\;\; 9x + 5 = -3 \Leftrightarrow 9x = -5 - 3 \Leftrightarrow 9x = -8 \Leftrightarrow x = \frac{-8}{9}$$
$$(\beta)\;\; -4x - 8 = -5 \Leftrightarrow -4x = -5 + 8 \Leftrightarrow -4x = 3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}$$
$$(\gamma)\;\; \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = \underbrace{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}}_{\frac{1}{4}} \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

Άσκηση 2: Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$(i)\, 5x - 4 = 9 \;\; (ii) -4x + 5 = 9 \;\; (iii)\, \frac{1}{3}x + 6 = 4$$
$$(iv)\, 7 - 2x = 3 \;\; (v)\, \frac{1}{3} + \frac{2}{5}x = \frac{4}{3} \;\; (iv) -\frac{1}{2}x + 1 = -\frac{2}{5}$$

Τώρα, με τον ίδιο τρόπο που μπορεί να αλλάξει μέλος ένας αριθμός, μπορεί να αλλάξει μέλος και κάποιος όρος που περιέγχει τον άγνωστο. Για παράδειγμα έχουμε ,

$$1 - 2x = 4 - 5x \Leftrightarrow -2x + 5x = 4 - 1 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{3} \Leftrightarrow x = 1$$

Παρατηρείστε ότι η αρχική εξίσωση $1-2x = 4-5x$ έχει στο 1ο μέλος και γνωστούς και αγνώστους, ενώ η αμέσως επόμενη ισοδύνμή της $-2x + 5x = 4 - 1$ έχει στο 1ο μέλος όλους τους όρους που περιέγχουν τον άγνωστο και στο 2ο όλους τους αριθμούς που είναι γνωστοί. Έτσι, στην ισοδυναμία

$$1 - 2x = 4 - 5x \Leftrightarrow -2x + 5x = 4 - 1$$

λέμε ότι *χωρίσαμε γνωστούς από αγνώστους*. Μερικά ακόμα παραδείγματα

- $4 - x = 3 + x \Leftrightarrow -x - x = 3 - 4 \Leftrightarrow -2x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$
- $5x + 3 = 2 - 3x \Leftrightarrow 5x + 3x = 2 - 3 \Leftrightarrow 8x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{8}$
- $-\frac{1}{2}x + \frac{2}{5} = -2x + \frac{3}{10} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + 2x = \frac{3}{10} - \frac{2}{5} \Leftrightarrow$

  $\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2} + 2\right)x = \frac{3}{10} - \frac{4}{10} \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2} + \frac{4}{2}\right)x = -\frac{1}{10} \Leftrightarrow$

  $\Leftrightarrow \frac{3}{2}x = -\frac{1}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-\frac{1}{10}}{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow x = -\frac{2}{30} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{15}$

Από τις παραπάνω τρεις εξισώσεις ας επικεντρωθούμε στη δεύτερη, και πιο συγκεκριμένα στην ισοδυναμία

$$5x + 3x = 2 - 3 \Leftrightarrow 8x = -1$$

Το $5x+3x$ γίνεται ίσο με $8x$. Αυτό συμβαίνει λόγω της επιμεριστικής ιδιότητας η οποία λέει ότι για τρεις αριθμούς α, β, γ ισχύει

$$\boxed{\boldsymbol{\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma}}$$

επομένως για τη συγκεκριμένη εξίσωση είναι $5x + 3x = (5+3)x = 8x$. Η διαδικασία αυτή, κατά την οποία ενοποιούμε όρους που είναι όμοιοι, δηλαδή όρους που περιέγχουν τον άγνωστο ή καθαρούς αριθμούς, λέγεται *αναγωγή ομοίων όρων*.

Άσκηση 3: Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$(i)\, 15x - 4 = 9 = 3x \;\; (ii) - 2x + 3 = 9x - 8 \;\; (iii)\, 2x + 6 - 3x = 4 - 3x$$
$$(iv)\, 7 - 2x = 3x + 2 \;\; (v)\, \frac{1}{3} + \frac{2}{5}x = \frac{4}{3}x - 1 \;\; (iv) - \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = -\frac{2}{5}x + 2$$

III - Απαλοιφή παρενθέσεων

Στις εξισώσεις που περιέχουν παρενθέσεις, πρέπει πρώτα να κάνουμε απαλοιφή αυτών και στη συνέχεια να προχωρήσουμε όπως στις προηγούμενες περιπτώσεις. Η απαλοιφή παρενθέσεων γίνεται με την επιμεριστική ιδιότητα. Μερικά παραδείγματα:

$$(a)\ \ 2\,(x+1)=3 \Leftrightarrow \underbrace{2\cdot x+2\cdot 1}_{\text{επιμεριστική}}=3 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2x+2=3 \Leftrightarrow 2x=3-2 \Leftrightarrow 2x=1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$$

$$(\beta)-3\,(1-x)+2\,(x+3)=3\,(2-3x) \Leftrightarrow$$
$$-3+3x+2x+6=6-9x \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 3x+2x+9x=6-6+3 \Leftrightarrow 14x=3 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{3}{14}$$

Άσκηση 4: Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$(\alpha)\ \ 3\,(2-x)+4=2\ \ (\beta)\ \ 5\,(2x-3)+4\,(-2x+1)=x-5$$
$$(\gamma)\ \ 2\left(x-\frac{1}{2}\right)+3\left(4x-\frac{1}{3}\right)+8x=-x+3\,(1-4x)$$
$$(\delta)\ \ -\frac{1}{3}\,(x-3)=\frac{3}{4}x-2\,(x-1)$$
$$(\varepsilon)\ \ 2x-1-3\,(2-x)=4\left(2x-\frac{1}{4}\right)-6$$

IV- Απαλοιφή παρονομαστών

Αυτή είναι η τελευταία, και μάλλον η πιο περίπλοκη, περίπτωση εξίσωσης πρώτου βαθμού. Πρόκειται για εξισώσεις που περιέχουν παρονομαστές. Σκοπός μας είναι να απαλλάγούμε από αυτούς και στη συνέχεια να προχωρήσουμε όπως στις προηγούμενες περιπτώσεις.

Ας θεωρήσουμε μια τέτοια εξίσωση για να δούμε πως λύνεται. Έστω λοιπόν ότι ζητείται να λυθεί η εξίσωση

$$\frac{x+1}{2}+\frac{1-2x}{3}=2+\frac{x}{6}$$

Η εξίσωση αυτή λύνεται ως εξής:

✓ **1ο βήμα** Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. όλων των παρονομαστών που εμφανίζονται στην εξίσωση. Εδώ έχουμε εύκολα $E.K.\Pi.(2,3,6)=6$.

✓ **2ο βήμα** Πολλαλπλασιάζουμε κάθε όρο της εξίσωσης με το Ε.Κ.Π. που βρήκαμε στο βήμα 1. Έχουμε,

$$\frac{x+1}{2}+\frac{1-2x}{3}=2+\frac{x}{6} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 6\cdot\frac{x+1}{2}+6\cdot\frac{1-2x}{3}=6\cdot 2+6\cdot\frac{x}{6}$$

✓ **3ο βήμα** Τώρα γίνεται απλοποίηση του Ε.Κ.Π. με τους παρονομαστές. Έχουμε

$$\begin{aligned}&\frac{x+1}{2}+\frac{1-2x}{3}=2+\frac{x}{6}\Leftrightarrow\\ &\Leftrightarrow 6\cdot\frac{x+1}{2}+6\cdot\frac{1-2x}{3}=6\cdot 2+6\cdot\frac{x}{6}\Leftrightarrow\\ &\Leftrightarrow 3\,(x+1)+2\,(1-2x)=12+x\end{aligned}$$

και έτσι καταλήγουμε στην περίπτωση III και λύνουμε την εξίσωση

$$\begin{aligned}&\frac{x+1}{2}+\frac{1-2x}{3}=2+\frac{x}{6}\Leftrightarrow\\ &\Leftrightarrow 6\cdot\frac{x+1}{2}+6\cdot\frac{1-2x}{3}=6\cdot 2+6\cdot\frac{x}{6}\Leftrightarrow\\ &\Leftrightarrow 3\,(x+1)+2\,(1-2x)=12+x\Leftrightarrow\\ &\Leftrightarrow 3x+3+2-4x=12+x\Leftrightarrow\\ &\Leftrightarrow 3x-4x-x=12-2-3\Leftrightarrow\\ &\Leftrightarrow -2x=7\Leftrightarrow x=-\frac{7}{2}\end{aligned}$$

Παράδειγμα: Να λυθεί η εξίσωση $\frac{1-2x}{2}-\frac{x-3}{5}+1=\frac{3x-1}{10}$.

Λύση: Θα λύσουμε την εξίσωση , αναφέροντας κάθε βήμα της επίλυσης. Έχουμε

$\frac{1-2x}{2}-\frac{x-3}{5}+1=\frac{3x-1}{10}$	*Γράφουμε την εξίσωση*
$10\frac{1-2x}{2}-10\frac{x-3}{5}+1\cdot 10=10\frac{3x-1}{10}$	*Πολλαπλασιάζουμε κάθε όρο με το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών.*
$5(1-2x)-2(x-3)+10=3x-1$	*Απλοποιούμε και βάζουμε παρενθέσεις όπου χρειάζεται*
$5-10x-2x+6+10=3x-1$	*Απαλοιφή παρενθέσεων*
$-10x-2x-3x=-1-5-6-10$	*Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους*
$-15x=-22$	*Αναγωγή ομοίων όρων*
$x=\frac{-22}{-15}$	*Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου*
$x=\frac{22}{15}$	*Απλοποιούμε (αν γίνεται)*

Την καθαρή, αυστηρά μαθηματική λύση, την παρουσιάζουμε ως εξής:

$$\begin{aligned}
&\frac{1-2x}{2}-\frac{x-3}{5}+1=\frac{3x-1}{10}\Leftrightarrow\\
&\Leftrightarrow 10\cdot\frac{1-2x}{2}-10\cdot\frac{x-3}{5}+10\cdot 1=10\cdot\frac{3x-1}{10}\Leftrightarrow\\
&\Leftrightarrow 5\,(1-2x)-2\,(x-3)+10=3x-1\Leftrightarrow\\
&\Leftrightarrow 5-10x-2x+6+10=3x-1\Leftrightarrow\\
&\Leftrightarrow -10x-2x-3x=-1-5-6-10\Leftrightarrow\\
&\Leftrightarrow -15x=-22\Leftrightarrow\\
&\Leftrightarrow x=\frac{-22}{-15}\Leftrightarrow\\
&\Leftrightarrow x=\frac{22}{15}
\end{aligned}$$

Άσκηση 5 Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\begin{array}{l}
(\alpha)\ \ \frac{x}{2}-\frac{x}{3}=\frac{1}{6}\ \ (\beta)\ \ 3-\frac{x}{4}=x-\frac{1}{2}\ \ (\gamma)\ \ \frac{x}{2}-\frac{x}{5}=-2\\
(\delta)\ \ \frac{3x}{10}-1=\frac{x}{4}-x\ \ (\varepsilon)\ \ \frac{x-2}{3}-\frac{x-1}{6}=\frac{x}{2}\\
(\sigma\tau)\ \ x-\frac{5x-2}{10}=\frac{3x-1}{5}\ \ (\zeta)\ \ \frac{6x}{10}-\frac{3x-2}{12}=\frac{1-2x}{4}\\
(\eta)\ \ 1-\frac{x-2}{3}=x-\frac{3x-2}{6}\ \ (\vartheta)\ \ \frac{2x-3}{5}-\frac{1-3x}{10}=1-x
\end{array}$$

2 Αόριστες και αδύνατες εξισώσεις

Σε όλη την πρώτη ενότητα, και σε κάθε εξίσωση που επιλύσαμε, το τελικό βήμα ήταν η ισοδυναμία

$$\left.\begin{array}{r} ax=\beta \\ a\neq 0 \end{array}\right\}\Leftrightarrow x=\frac{\beta}{a}$$

Η παραπάνω ισοδυναμία δεν ισχύει όταν $\alpha=0$. Αυτό συμβαίνει διότι για $\alpha=0$ δε μπορούμε να διαιρέσουμε με το συντελεστή του αγνώστου στην ισότητα $ax=\beta$, αφού διάιρεση με 0 δεν ορίζεται. Στην περίπτωση αυτή όλα εξαρτώνται από το β:

1η Περίπτωση : $\alpha=0$ **και** $\beta=0$

Αν $\alpha=0$ και $\beta=0$ τότε η εξίσωση $ax=\beta$ είναι η εξίσωση

$$\mathbf{0\cdot x=0}$$

η οποία έχει λύση κάθε αριθμό x. Πράγματι , αν αντικαταστήσουμε το x με οποιονδήποτε αριθμό θα καταλήξουμε στην ισότητα $0=0$ η οποία προφανώς ισχύει. Η εξίσωση $0\cdot x=0$ λέγεται *αόριστη ή ταυτότητα*.

Παράδειγμα: Να λυθεί η εξίσωση $3(x-1)=x+2(x-1)-1$.

Λύση: Έχουμε ισοδύναμα ,

$$\begin{aligned}&3\left(x-1\right)=x+2\left(x-1\right)-1\Leftrightarrow\\&\Leftrightarrow 3x-3=x+2x-2-1\Leftrightarrow\\&\Leftrightarrow 3x-x-2x=-2-1+3\Leftrightarrow\\&\Leftrightarrow 0x=0 \text{ αόριστη}\end{aligned}$$

Άσκηση 6 Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\begin{aligned}&(i)\,5\left(x-1\right)=3x+2\left(x-1\right)-3\\&(ii)-3x-2\left(x+4\right)=6\left(2-x\right)+x-20\\&(iii)\,3\left(x+\frac{1}{6}\right)-\frac{1}{2}=2x+2\left(\frac{x}{2}+1\right)-2\\&(iv)\,7x-3\left(1-x\right)=5\left(2x+4\right)-23\end{aligned}$$

1η Περίπτωση : $\alpha=0$ **και** $\beta\neq0$

Αν $\alpha=0$ και $\beta\neq0$ τότε στην εξίσωση $\alpha x=\beta$ το 1ο μέλος είναι πάντα ίσο με 0 και το δεύτερο μέλος είναι διάφορο του 0, άρα η ισότητα $\alpha x=\beta$ δεν επαληθεύεται για καμιά τιμή του x. Έτσι, η εξίσωση $\alpha x=\beta$ δεν έχει καμία λύση, και τη λέμε *αδύνατη*.

Παράδειγμα: Να λυθεί εξίσωση $3x=3(1+x)$

Λύση: Έχουμε ισοδύναμα ,

$$\begin{aligned}&3x=3\left(1+x\right)\Leftrightarrow 3x=3+3x\Leftrightarrow\\&\Leftrightarrow 3x-3x=3\Leftrightarrow 0x=3\Leftrightarrow\\&\Leftrightarrow 0=3 \text{ αδύνατη}\end{aligned}$$

Άσκηση 7: Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}&(i)\,5\left(x-1\right)=3x+2\left(x-1\right)-5\\&(ii)-3x-2\left(x+4\right)=6\left(2-x\right)+x-3\\&(iii)\,3\left(x+\frac{1}{6}\right)-\frac{1}{2}=2x+2\left(\frac{x}{2}+1\right)-12\\&(iv)\,7x-3\left(1-x\right)=5\left(2x+4\right)-2\end{aligned}$$

3 Επανάληψη

Άσκηση 8: Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{gathered}(\alpha)\,3x=4\quad(\beta)-2x=\frac{1}{3}\quad(\gamma)\ \frac{4}{3}x=\frac{3}{2}\\(\delta)-\tfrac{1}{5}x=4\quad(\varepsilon)\,4x-1=2\quad(\sigma\tau)\ 1-3x=2\\(\eta)\,\tfrac{1}{2}x+1=\tfrac{2}{3}\quad(\theta)\,1-2x=4x+10\quad(\iota)\ 3-2x=5-5x\\(\kappa)\,2\left(x-2\right)+3x-1=3\left(x-2\right)+4x\qquad(\lambda)\ 2\left(x-1\right)=3-x\end{gathered}$$

Άσκηση 9: Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$(\alpha)\ \frac{2x}{3} - 1 = \frac{3x}{2} + 4 \quad (\beta)\ \frac{x}{2} + 1 = \frac{2x}{3} - 6$$
$$(\gamma)\ x + \frac{3-x}{3} = 1 - \frac{2x}{3} \quad (\delta)\ \frac{2x+3}{10} - \frac{x-2}{2} = -\frac{x-3}{5}$$

Άσκηση 10: Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$(\alpha)\ 3x + 2(x-1) = 5x - 2 \quad (\beta)\ \tfrac{1}{2}(2x+4) = 2(x+1) \quad (\gamma) - 3x + 1 = 3(x-1)$$
$$(\delta)\ 5(2x-3) = 10x + 4 \quad (\varepsilon)\ \frac{x-1}{2} = \frac{2x-1}{4} + 2$$

4 Ασκήσεις που λύνονται με εξισώσεις

Στην ενότητα αυτή θα χρησιμοποιήσουμε τη διαδικασία επίλυσης εξισώσεων πρώτου βαθμού για να λύσουμε διάφορες ασκήσεις.

Εφαρμογή 1: Αν η εξίσωση $ax - x = a(2x-1) - 3$ έχει λύση τον αριθμό $x = 2$, να βρεθεί η τιμή του a.

Λύση: Αφού η εξίσωση έχει λύση τον αριθμό $x = 2$ μπορούμε σ αυτήν να αντικαταστήσουμε το x με τον αριθμό 2. Έχουμε,

$$ax - x = a(2x-1) - 3 \overset{x=2}{\Rightarrow} a\cdot 2 - 2 = a(2\cdot 2 - 1) - 3 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2a - 2 = a(4-1) - 3$$

Έτσι προκύπτει μια εξίσωση πρώτου βαθμού με άγνωστο το a, την οποία λύνουμε κατά τα γνωστά. Είναι,

$$2a - 2 = a(4-1) - 3 \Leftrightarrow 2\alpha - 2 = 4\alpha - \alpha - 3 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2\alpha - 4\alpha + \alpha = -3 + 2 \Leftrightarrow -1\alpha = -1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{-1}{-1} \Leftrightarrow \boxed{\alpha = 1}$$

Εφαρμογή 2: Δίνονται οι παραστάσεις $A = 2x - 5$ και $B = 3 - 7x$. (i) Για ποιά τιμή του x ισχύει $A = B$; (ii) Για ποιά τιμή του x ισχύει $A - 3B = 1$;

Λύση: ***(i)*** Αφού $A = B$, μπορούμε να γράψουμε ισοδύναμα

$$A = B \Leftrightarrow \underbrace{2x-5}_{A} = \underbrace{3-7x}_{B}$$

και να λύσουμε την εξίσωση που προκύπτει. Έχουμε ,

$$2x - 5 = 3 - 7x \Leftrightarrow 2x + 7x = 3 + 5 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 9x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{9}$$

(ii) Αφού $A - 3B = 1$. αντικαθιστώντας έχουμε

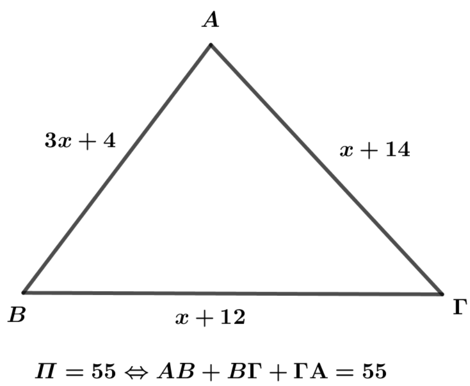
$$A - 3B = 1 \Leftrightarrow \underbrace{2x-5}_{A} - 3\cdot\underbrace{(3-7x)}_{B} = 1$$

και λύνουμε την εξίσωση που προκύπτει:

$$2x - 5 - 3(3 - 7x) = 1 \Leftrightarrow 2x - 5 - 9 + 21x = 1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2x + 21x = 1 + 9 + 5 \Leftrightarrow 23x = 15 \Leftrightarrow x = \frac{15}{23}$$

Εφαρμογή 3: Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρές $AB = 3x + 4, B\Gamma = x + 12, A\Gamma = x + 14$. Αν η περίμετρός του είναι $\Pi = 55$ να βρεθεί η τιμή του x.

Λύση:



3.πνγ

Αφού η περίμετρος του τριγώνου είναι 55 ισχύει $AB + B\Gamma + \Gamma A = 55$ και τώρα αντικαθιστούμε κάθε πλευρά με το ίσο της. Έχουμε,

$$\Pi = 55 \Leftrightarrow \mathrm{AB} + \mathrm{B}\Gamma + \Gamma\mathrm{A} = 55 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \underbrace{3x + 4}_{AB} + \underbrace{x + 12}_{\mathrm{B}\Gamma} + \underbrace{x + 14}_{\Gamma\mathrm{A}} = 55 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 5x + 30 = 55 \Leftrightarrow 5x = 55 - 30 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 5x = 25 \Leftrightarrow x = \frac{25}{5} \Leftrightarrow x = 5$$

Άσκηση 11: Δίνονται οι παραστάσεις $A = 17 - 3x$ και $B = 5 + 9x$. Να βρείτε για ποια τιμή του x : **α)** οι παραστάσεις Α, Β είναι ίσες, **β)** οι παραστάσεις Α, Β είναι αντίθετες **γ)** η παράσταση Α είναι κατά 12 μονάδες μεγαλύτερη από την παράσταση Β , και **δ)** η παράσταση Β είναι τριπλάσια από την παράσταση Α.

Άσκηση 12: Δίνεται η εξίσωση $x - 3 - k(x - 1) = 2(k - x)$. **(α)** Να λύσετε την εξίσωση για $k = 6$. **(β)** Αν η εξίσωση έχει λύση την $x = 2$ να βρείτε τον k , **(γ)** Να λύσετε την εξίσωση για $k = -4$.

Άσκηση 13: Δίνεται η εξίσωση $kx = x + k - 1$. **(α)** Να βρείτε την τιμή του k για την οποία η εξίσωση είναι αόριστη. **(β)** Αν $k \neq 1$ να λύσετε την εξίσωση (με άγνωστο το x).