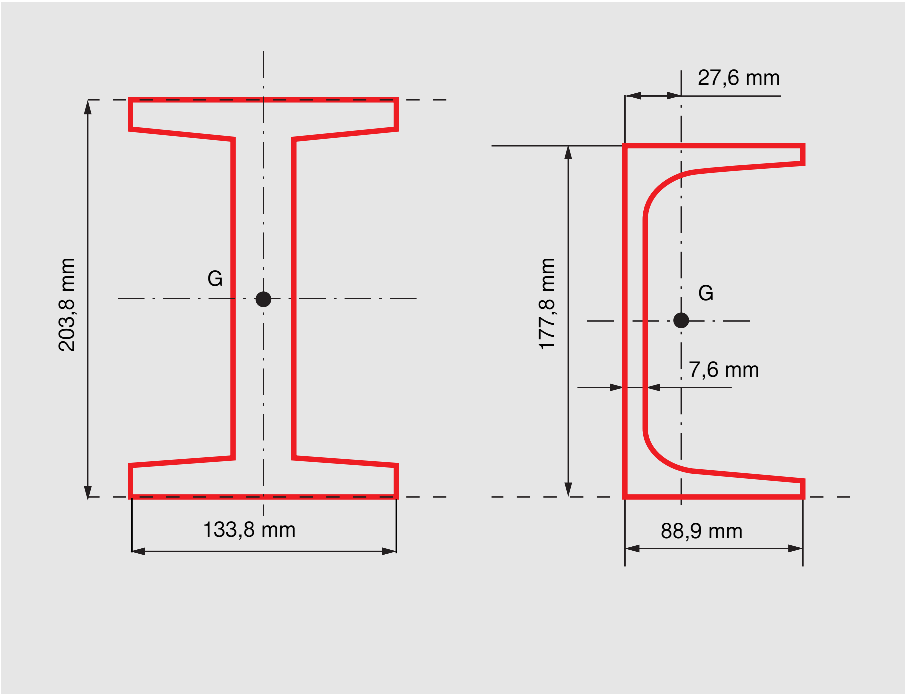


ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΚΕΝΤΡΟ ΒΑΡΟΥΣ - ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ

4.1 Κέντρο βάρους

4.2 Κεντροειδές γραμμών και επιφανειών

4.3 Κεντροειδή μερικών γεωμετρικών σχημάτων

4.4 Προσδιορισμός του κεντροειδούς - γραφική μέθοδος

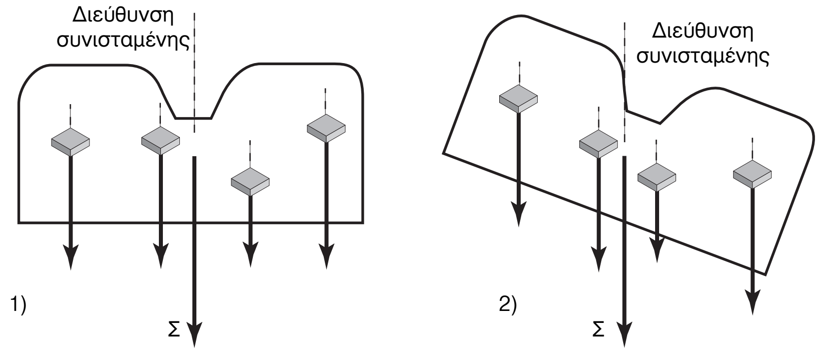
4.5 Ισορροπία και είδη ισορροπίας

Επιδιωκόμενοι στόχοι:

- Να ορίζετε το κέντρο βάρους και το κεντροειδές και να γνωρίζετε τη σημασία τους στις κατασκευές.
- Να γνωρίζετε την αναλυτική και τη γραφική μέθοδο προσδιορισμού του κέντρου βάρους και του κεντροειδούς.
- Να μπορείτε να προσδιορίζετε το κέντρο βάρους και το κεντροειδές απλών γεωμετρικών σχημάτων.
- Να μπορείτε να επιλύετε πρακτικά προβλήματα προσδιορισμού του κέντρου βάρους και του κεντροειδούς, με την αναλυτική και τη γραφική μέθοδο, να συγκρίνετε και να μελετάτε τα αποτελέσματα και να καταλήγετε στη διατύπωση χρήσιμων συμπερασμάτων.
- Να ορίζετε την ευσταθή, ασταθή και αδιάφορη ισορροπία και να μπορείτε να κρίνετε περί της ευστάθειας ή μη των κατασκευών.

4.1 ΚΕΝΤΡΟ ΒΑΡΟΥΣ

Η συνηθέστερη δύναμη είναι το βάρος· με τον όρο βάρος **σώματος**, εννοούμε, τη δύναμη με την οποία το σώμα έλκεται από τη γη.



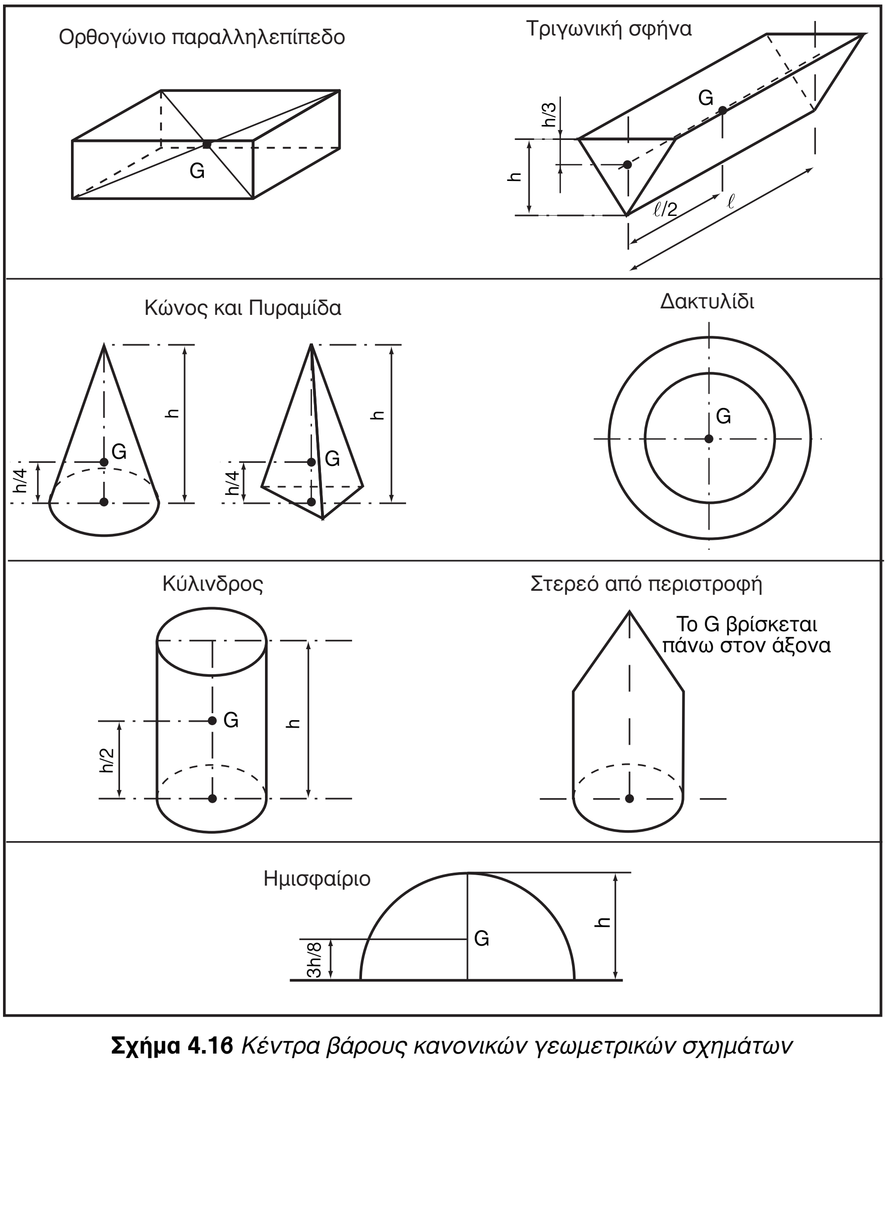
Σχήμα 4.1α *Η διεύθυνση της συνισταμένης παραμένει η ίδια, όταν το σώμα αλλάζει θέση.*

Οι δυνάμεις της βαρύτητας ασκούνται από τη γη (σχ. 4.1α-1) σε όλα τα μικρά τεμάχια, από τα οποία αποτελείται το σώμα και αποτελούν ένα σύστημα παραλλήλων και ομορρόπων δυνάμεων. Το σημείο εφαρμογής της συνισταμένης των δυνάμεων, δηλαδή της δύναμης που εκπροσωπεί το βάρος του σώματος, ονομάζεται **κέντρο βάρους** του σώματος για οποιαδήποτε θέση του. Δηλαδή, αν το σώμα αλλάξει θέση (σχ. 4.1α-2) , η συνισταμένη του συστήματος των δυνάμεων, που αναφέραμε παραπάνω, θα έχει το ίδιο μέτρο και η διεύθυνσή της θα διέρχεται από το κέντρο βάρους του σώματος.

Όλες οι ευθείες, οι οποίες διέρχονται από το κέντρο βάρους, ονομάζονται **κεντροβαρικοί άξονες**.

Αν το σώμα είναι ομογενές και έχει κέντρο, άξονα ή επίπεδο συμμετρίας, τότε το κέντρο βάρους (G) του σώματος θα βρίσκεται αντίστοιχα στο κέντρο, στον άξονα ή στο επίπεδο συμμετρίας.

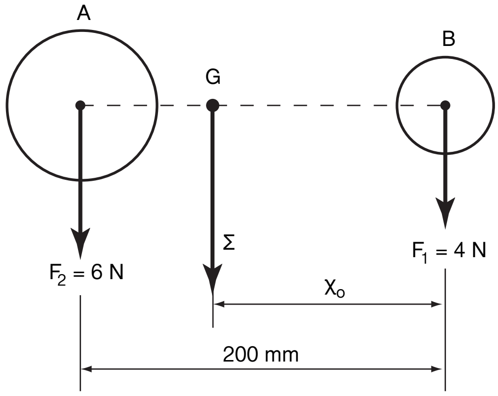
Τα Κ.Β. για μερικά ομογενή κανονικά γεωμετρικά στερεά, δίνονται στον παρακάτω πίνακα (4.1 β).



Σχήμα 4.16 *Κέντρα βάρους κανονικών γεωμετρικών σχημάτων*

❑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Το Κ.Β. των σωμάτων Α και Β με βάρη αντίστοιχα 4Ν και 6Ν, είναι το σημείο εφαρμογής της συνισταμένης (Σ) των δύο παραλλήλων και ομορρόπων δυνάμεων.



$F_1 = 4$ N και $F_2 = 6$ N :

$\Sigma = F_1 + F_2 = 4N + 6N$

$\Sigma = 10N$

Αν X_o είναι η απόσταση της συνισταμένης από τη δύναμη F_1, θα έχουμε :

$MF_1 + MF_2 = M_\Sigma$

Ροπές ως προς το σημείο Β:

$4\ N \cdot 0 - 6N \cdot 200\ mm = -10N \cdot X_o$

$10N \cdot X_o = 1200\ N \cdot mm$

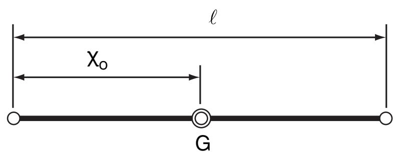
$\mathbf{X_o = 120\ mm}$

4.2 ΚΕΝΤΡΟΕΙΔΕΣ ΓΡΑΜΜΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ

Στην περίπτωση κατά την οποία, μία ή δύο διαστάσεις του σώματος είναι πολύ μικρές, σε σχέση με τις υπόλοιπες, θα πρέπει να μιλάμε περί κέντρου βάρους επιφανειών ή γραμμών αντίστοιχα. Επειδή όμως, τόσο οι επιφάνειες, όσο και οι γραμμές δεν έχουν βάρος, θα μιλάμε για **κεντροειδές** γραμμών και επιφανειών.

Ο προσδιορισμός του κεντροειδούς των επιφανειών γίνεται με τρόπο αντίστοιχο, με αυτόν του προσδιορισμού του κέντρου βάρους, με τη διαφορά, ότι –κατ' αναλογία με τη θεώρηση ότι το σώμα αποτελείται από στοιχειώδη σωματίδια– και η επιφάνεια αποτελείται από στοιχειώδεις επιφάνειες.

Στην περίπτωση του κεντροειδούς των απλών γραμμών, όπως π.χ. μίας σιδερένιας ράβδου, της οποίας οι δύο διαστάσεις, σε σχέση με την τρίτη (το μήκος), είναι πολύ μικρές, το κεντροειδές (σχ.4.2α) βρίσκεται στη μέση του μήκους της.

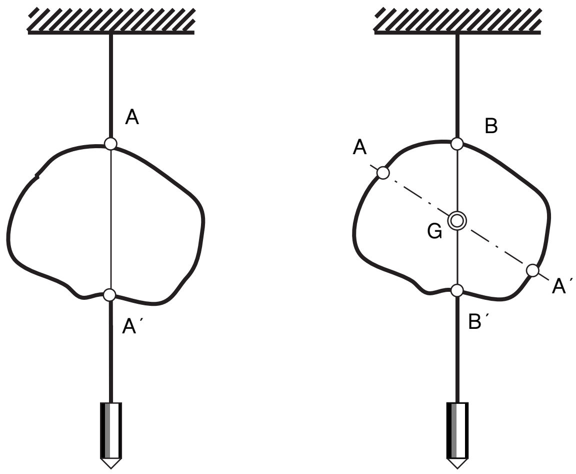


$$X_0 = 0{,}5\ \ell$$

Σχήμα 4.2α *Κεντροειδές γραμμής*

Ένας πρακτικός τρόπος προσδιορισμού του κεντροειδούς μίας επιφάνειας είναι αυτός της **διπλής ανάρτησης.**

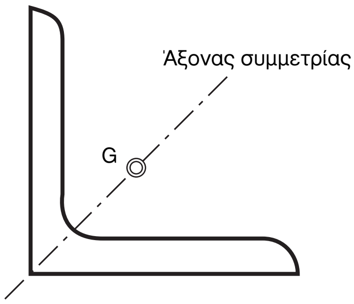
Η μέθοδος αυτή συνίσταται, στη διαδοχική ανάρτηση π.χ. ενός ελάσματος (σχ. 4.2β) από δύο διαφορετικά σημεία, π.χ. τα Α και Β.



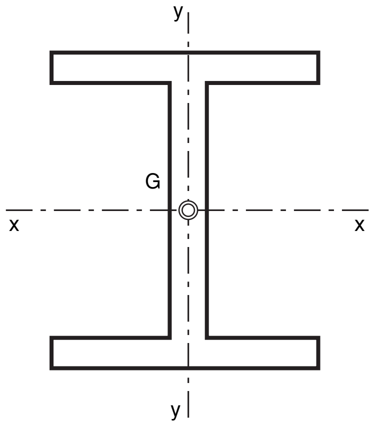
Σχήμα 4.2β *Προσδιορισμός του κεντροειδούς με διπλή ανάρτηση*

Επειδή οι δύο διευθύνσεις του σύρματος, είναι διευθύνσεις –και στις δύο περιπτώσεις– της δύναμης, που εκπροσωπεί το βάρος του ελάσματος, συμπεραίνεται, ότι οι διευθύνσεις αυτές είναι κεντροβαρικοί άξονες. Επομένως, το Κ.Β. του ελάσματος, θα βρίσκεται στο σημείο τομής των δύο αξόνων.

Το κεντροειδές των συμμετρικών σχημάτων βρίσκεται πάνω στον άξονα συμμετρίας, αν το σχήμα έχει έναν άξονα συμμετρίας (σχ.4.2γ), ή στο σημείο τομής των δύο αξόνων συμμετρίας, αν το σώμα έχει δύο τέτοιους άξονες (σχ.4.2δ).



Σχήμα 4.2γ *Κεντροειδές σχήματος με ένα άξονα συμμετρίας*

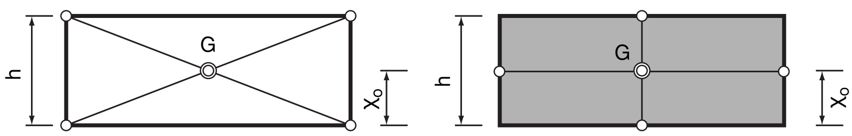


Σχήμα 4.2δ *Κεντροειδές σχήματος με δύο άξονες συμμετρίας*

Παραθέτουμε στη συνέχεια, τους τρόπους εύρεσης του κεντροειδούς μερικών γεωμετρικών σχημάτων.

4.3 ΚΕΝΤΡΟΕΙΔΗ ΜΕΡΙΚΩΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

α) Κεντροειδές ορθογωνίου

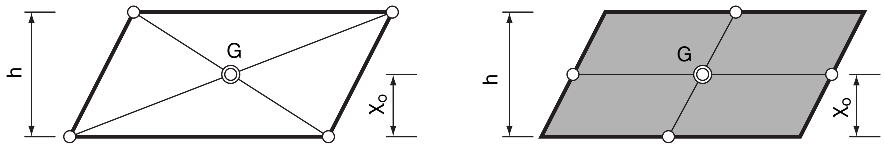


$$X_o = \frac{h}{2} = 0,5\ h$$

Σχήμα 4.3α *Το κεντροειδές ορθογωνίου*

Το κεντροειδές του ορθογωνίου, που αφορά τόσο την περίμετρο, όσο και την επιφάνειά του, (σχ. 4.3 α) βρίσκεται στο σημείο τομής των διαγωνίων του, ή στο σημείο τομής των δύο ευθειών που ενώνουν τα μέσα των απέναντι πλευρών του.

β) Κεντροειδές παραλληλογράμμου

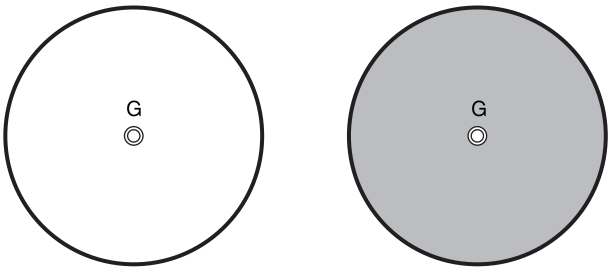


$$X_o = \frac{h}{2} = 0{,}5\ h$$

Σχήμα 4.3β *Το κεντροειδές παραλληλογράμμου*

Προσδιορίζεται (σχ. 4.3β) κατά τον ίδιο τρόπο με αυτόν του ορθογωνίου και αφορά τόσο την περίμετρο, όσο και την επιφάνειά του.

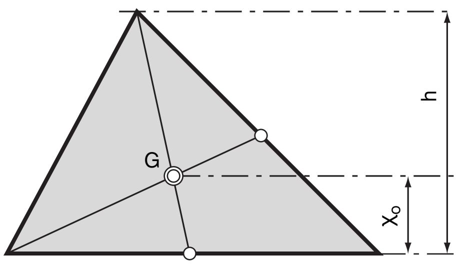
γ) Κεντροειδές περιφέρειας και κύκλου



Σχήμα 4.3γ *Κενροειδές περιφέρειας και κύκλου*

Συμπίπτει αντίστοιχα (σχ. 4.3γ) με το κέντρο της περιφέρειας, ή του κύκλου.

δ) Κεντροειδές της επιφάνειας τριγώνου

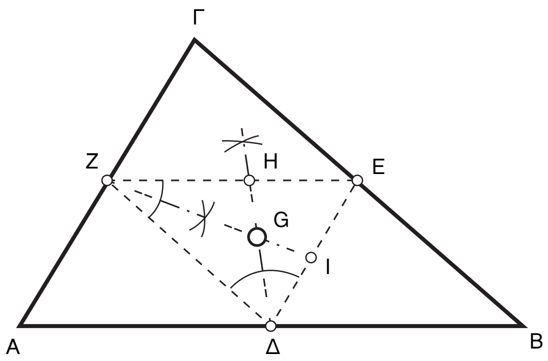


$$x_0 = \frac{h}{3}$$

Σχήμα 4.3δ *Κεντροειδές επιφάνειας τριγώνου*

Προσδιορίζεται (σχ. 4.3δ) από το σημείο τομής των διαμέσων του τριγώνου.

ε) Κεντροειδές της περιμέτρου τριγώνου

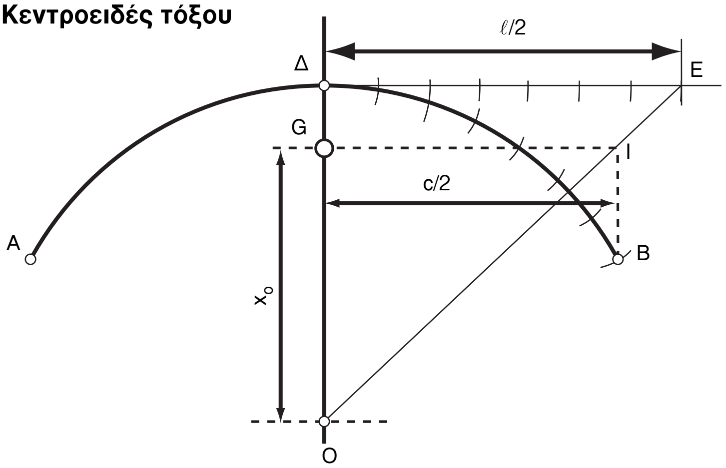


Σχήμα 4.3ε *Το κεντροειδές της περιμέτρου τριγώνου*

Το κεντροειδές της περιμέτρου του τριγώνου ΑΒΓ, συμπίπτει (σχ. 4.3ε) με το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών ενός άλλου τριγώνου ΔΕΖ, που ορίζεται από τις ευθείες που ενώνουν τα κεντροειδή των πλευρών του αρχικού τριγώνου.

Ένας άλλος τρόπος με τον οποίο είναι δυνατό να προσδιορίσουμε το κεντροειδές της περιμέτρου ενός τριγώνου και μπορεί να αποτελέσει γενικό κανόνα για τον προσδιορισμό του κεντροειδούς οιουδήποτε πολυγώνου, είναι ο εξής: Στα κεντροειδή των πλευρών του τριγώνου εφαρμόζουμε αντίστοιχα παράλληλες δυνάμεις, ίσες, ή ανάλογες με τις πλευρές. Το σημείο εφαρμογής της συνισταμένης των δυνάμεων, συμπίπτει με το ζητούμενο κεντροειδές.

στ) Κεντροειδές τόξου

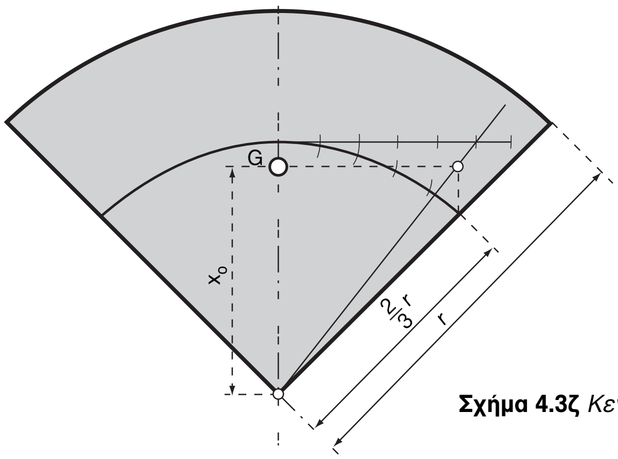


Σχήμα 4.3στ *Το κεντροειδές τόξου*

Αν ΑΒ είναι το τόξο (σχ.4.3στ) του οποίου ζητείται το κεντροειδές, για τον προσδιορισμό του εργαζόμαστε ως εξής: Αν ΟΔ ο άξονας συμμετρίας του τόξου και ΔΕ το μήκος, σε ευθεία γραμμή, του τμήματος ΔΒ του δοθέντος τόξου στην εφαπτομένη στο σημείο Δ του τόξου ΑΒ, φέρνουμε την ΟΕ και από το σημείο Β την παράλληλο στον άξονα συμμετρίας ΟΔ. Προσδιορίζουμε, επομένως ,το σημείο (Ι) από το οποίο φέρνουμε παράλληλο προς την ΔΕ, η οποία τέμνει τον άξονα συμμετρίας ΟΔ στο σημείο (G), που είναι το ζητούμενο κεντροειδές. Με τους συμβολισμούς του σχήματος, το κεντροειδές θα προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\boxed{x_o = \frac{r \cdot c}{\ell}}$$ όπου r, η ακτίνα του τόξου

ζ) Κεντροειδές κυκλικού τομέα



Σχήμα 4.3ζ *Κεντροειδές κυκλικού τομέα*

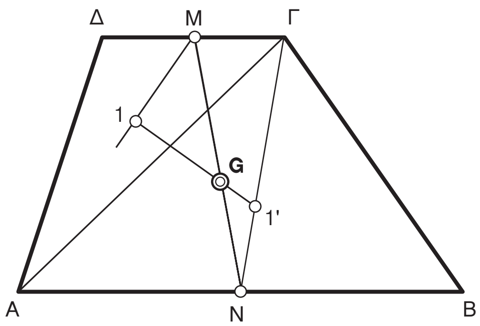
Αν (r) η ακτίνα του κυκλικού τομέα (σχ. 4.3ζ), φέρνουμε το τόξο με ακτίνα 2/3 r και ακολουθώντας την ίδια μέθοδο που περιγράψαμε στην προηγούμενη περίπτωση, προσδιορίζουμε το κεντροειδές του τόξου αυτού, που είναι και το ζητούμενο κεντροειδές του κυκλικού τομέα. Το κεντροειδές, με τους συμβολισμούς του σχήματος και της προηγούμενης παραγράφου, θα δίνεται από τη σχέση:

$$\boxed{x_o = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \cdot c}{\ell}}$$

η) Κεντροειδές τραπεζίου

1ος τρόπος

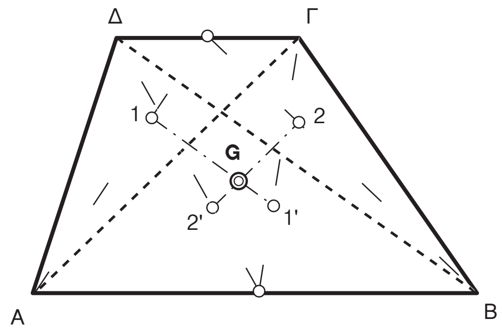
Φέρνουμε τη διαγώνιο ΑΓ και χωρίζουμε το τραπέζιο σε δύο τρίγωνα ΑΓΔ και ΑΒΓ. Προσδιορίζουμε τα κεντροειδή των τριγώνων 1 και 1΄ . Το σημείο τομής της ευθείας 11΄και της ευθείας ΜΝ που ενώνει τα μέσα της μικρής και της μεγάλης βάσης του τραπεζίου, είναι το ζητούμενο κεντροειδές.



Σχήμα 4.3η *Το κεντροειδές τραπεζίου (1ος τρόπος)*

2ος τρόπος

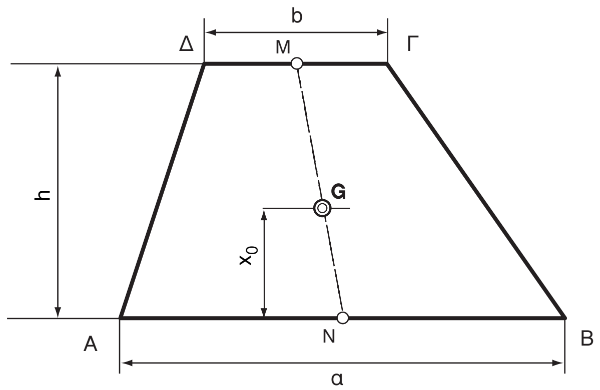
Φέρνουμε τη διαγώνιο ΑΓ και χωρίζουμε το τραπέζιο σε δύο τρίγωνα ΑΓΔ και ΑΒΓ, των οποίων τα κεντροειδή είναι αντίστοιχα τα 1 και 1΄ . Με τη διαγώνιο ΒΔ χωρίζουμε το τραπέζιο σε δύο άλλα τρίγωνα ΒΔΓ και ΑΒΔ των οποίων τα κεντροειδή είναι τα 2 και 2΄. Το σημείο τομής των ευθειών 11΄και 22΄, είναι το ζητούμενο κεντροειδές του τραπεζίου.



Σχήμα 4.3θ *Το κεντροειδές τραπεζίου (2ος τρόπος)*

Αναλυτικά (σχ. 4.3 ι), το κεντροειδές του τραπεζίου, δίνεται από τη σχέση:

$$\boxed{X_O = \frac{h}{3} \cdot \frac{\alpha + 2b}{\alpha + b}}$$

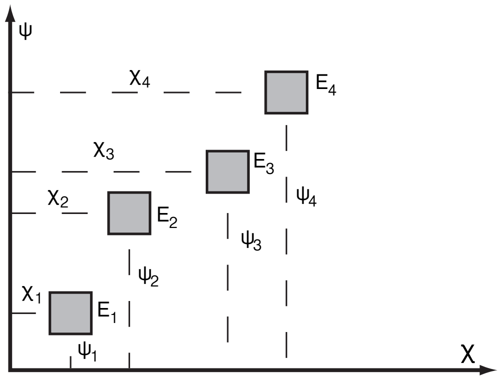


Σχήμα 4.3ι *Το κεντροειδές του τραπεζίου (αναλυτικά)*

Τα σημεία Μ,Ν είναι αντίστοιχα τα μέσα της μικρής και της μεγάλης βάσης του τραπεζίου.

4.4 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΚΕΝΤΡΟΕΙΔΟΥΣ- ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ

Να προσδιοριστεί το κεντροειδές των τεσσάρων σωμάτων με εμβαδά E_1, E_2, E_3, E_4 και συντεταγμένες, όπως φαίνονται στο (σχ. 4.4 α).



Σχήμα 4.4α *Προσδιορισμός του κεντροειδούς με την αναλυτική μέθοδο.*

Βήμα 1ο

Συνολικό εμβαδόν (Ε): $E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4$

Βήμα 2ο

Υποθετικός προσδιορισμός συντεταγμένων του κεντροειδούς:
Έστω $G(\chi_o, \psi_o)$

Βήμα 3ο

Εξίσωση ροπών όλων των εμβαδών, ως προς τον άξονα Ψ (προσδιορισμός χ_o):

$$E \cdot \chi_o = E_1 \cdot \chi_1 + E_2 \cdot X_2 + E_3 \cdot X_3 + E_4 \cdot X_4$$

$$\chi_o = \frac{E_1 \cdot \chi_1 + E_2 \cdot \chi_2 + E_3 \cdot \chi_3 + E_4 \cdot \chi_4}{E}$$

Βήμα 4ο

Εξίσωση ροπών όλων των εμβαδών ως προς τον άξονα χ (προσδιορισμός ψ_o) :

$$E \cdot \psi_o = E_1 \cdot \psi_1 + E_2 \cdot \psi_2 + E_3 \cdot \psi_3 + E_4 \cdot \psi_4$$

$$\psi_o = \frac{E_1 \cdot \psi_1 + E_2 \cdot \psi_2 + E_3 \cdot \psi_3 + E_4 \cdot \psi_4}{E}$$

❑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Να προσδιοριστεί με την αναλυτική μέθοδο, το κεντροειδές του παρακάτω σχήματος (διαστάσεις σε cm).

Λύση

Χωρίζουμε το σύνθετο σχήμα σε απλά σχήματα, τα 1 και 2. (σχ.4.α)

Επιφάνεια του πρώτου σχήματος (E_1):

$E_1 = 2\ cm \cdot 5\ cm$

$E_1 = 10\ cm^2$

Επιφάνεια του δεύτερου σχήματος (Ε2):

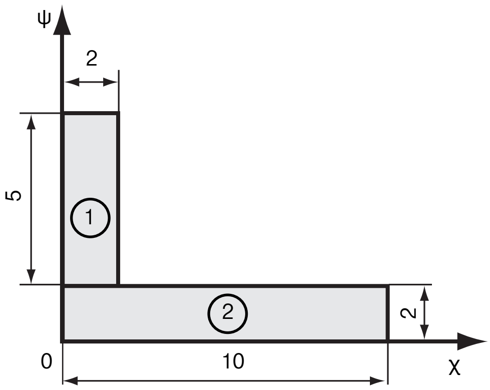
$E_2 = 10\ cm \cdot 2\ cm$

$E_2 = 20\ cm^2$

Ολική Επιφάνεια (Ε):

$E = 10\ cm^2 + 20\ cm^2$

$E = 30\ cm^2$



Σχήμα 4.α *Σύνθετη επιφάνεια*

Έστω χ_o, ψ_o οι συντεταγμένες (σχ. 4.β) του κεντροειδούς (G).

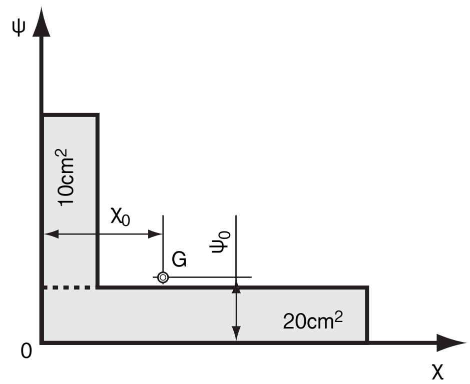
Εξίσωση ροπών όλων των εμβαδών ως προς τον άξονα ψ:

$E \cdot \chi_o = E_1 \cdot 1\ cm + E_2 \cdot 5\ cm$

$30\ cm^2 \cdot X_o = 10\ cm^2 \cdot 1cm + 20\ cm^2 \cdot 5cm$

$$X_o = \frac{110\ cm^3}{30\ cm^2}$$

$\underline{X_o = 3{,}66\ cm}$



Σχήμα 4.6 *Η θέση του κέντρου επιφάνειας*

Εξίσωση ροπών όλων των εμβαδών ως προς τον άξονα ψ:

$E \cdot \psi_o = E_1 \cdot 4{,}5\ cm + E_2 \cdot 1cm$

$30\ cm^2 \cdot \psi_o = 10\ cm^2 \cdot 4{,}5\ cm + 20\ cm^2 \cdot 1cm$

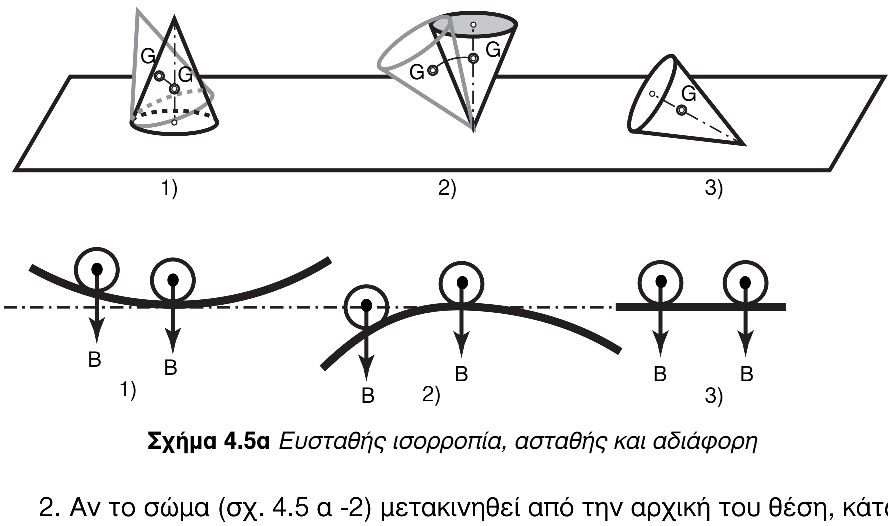
$$\psi_o = \frac{65\ cm^3}{30\ cm^2}$$

$$\underline{\psi_o = 2{,}16\ cm}$$

4.5 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΚΑΙ ΕΙΔΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

Από τη θέση του κέντρου βάρους ενός σώματος, ως προς το σημείο ή την επιφάνεια στήριξής του, οδηγούμεθα στα παρακάτω συμπεράσματα:

1. Αν το σώμα που βρίσκεται σε ηρεμία (σχ. 4.5α -1), μετακινηθεί από την αρχική του θέση, κάτω από τη στιγμιαία επίδραση μιας δύναμης, θα επανέλθει σε αυτή, όταν παύσει να ενεργεί η δύναμη που προκάλεσε τη μετακίνησή του. Το είδος αυτό της ισορροπίας του σώματος, χαρακτηρίζεται ως **ευσταθής** και συνοδεύεται από τη διαπίστωση, ότι κατά τη μετακίνηση του σώματος, το κέντρο βάρους του ανυψώνεται, με αποτέλεσμα τη δημιουργία ροπής επαναφοράς στην αρχική του θέση.



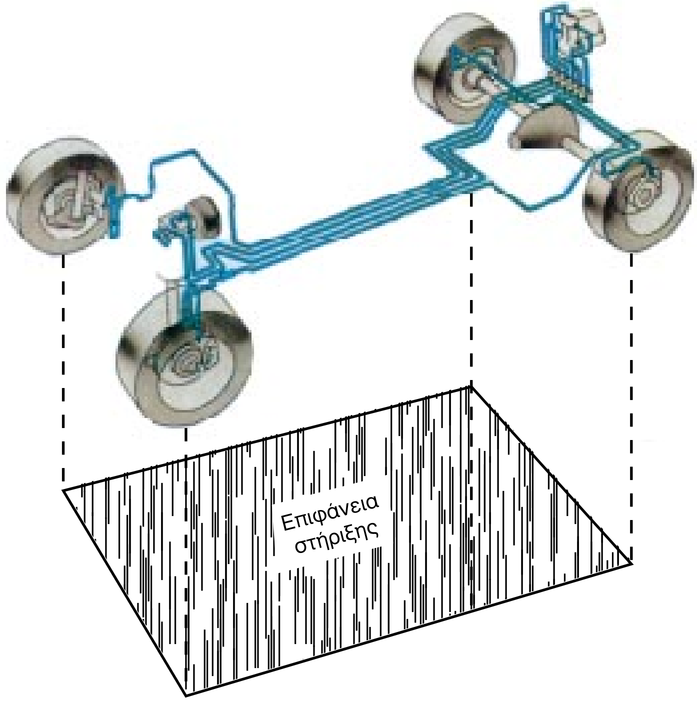
Σχήμα 4.5α *Ευσταθής ισορροπία, ασταθής και αδιάφορη*

2. Αν το σώμα (σχ. 4.5 α -2) μετακινηθεί από την αρχική του θέση, κάτω από τη στιγμιαία επίδραση μιας δύναμης, το σώμα θα εξακολουθήσει να απομακρύνεται από την αρχική του θέση ισορροπίας, ακόμη και όταν παύσει να ενεργεί η δύναμη που προκάλεσε τη μετακίνησή του. Στην περίπτωση αυτή, μιλάμε για **ασταθή ισορροπία** και διαπιστώνουμε ότι το κέντρο βάρους του σώματος μετακινείται χαμηλότερα σε σχέση με την αρχική του θέση.

3. Στην περίπτωση που το σώμα (σχ. 4.5α-3) μετακινείται και ισορροπεί σε οποιαδήποτε θέση, μιλάμε για **αδιάφορη** ισορροπία και συνοδεύεται από τη διαπίστωση ότι το κέντρο βάρους του σώματος παραμένει στο ίδιο ύψος (δεν μετακινείται υψηλότερα ή χαμηλότερα).

Σημείωση: Επιδίωξή μας, κατά τον υπολογισμό των κατασκευών, είναι σε όλες τις περιπτώσεις, η **ευσταθής** ισορροπία.

4. Ορίζοντας ως **επιφάνεια στήριξης** μιας κατασκευής, την επιφάνεια που οριοθετείται (σχ. 4.5.β) από τις ευθείες που ενώνουν τα σημεία στήριξής της, θα κρίνουμε για την ευστάθειά της ή μη, εξετάζοντας τη θέση της διεύθυνσης της συνισταμένης όλων των δυνάμεων που ενεργούν στη κατασκευή, σε σχέση με την επιφάνεια στήριξής της. Με τον τρόπο αυτό η κατασκευή θα χαρακτηρίζεται **ευσταθής** όταν η διεύθυνση της συνισταμένης που αναφέραμε, τέμνει την επιφάνεια στήριξης, (όχι στις γραμμές που αποτελούν το εξωτερικό περίγραμμά της).



Σχήμα 4.5β *Η ευστάθεια*

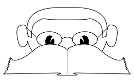
5. Η κατασκευή θα χαρακτηρίζεται **ασταθής**, όταν η διεύθυνση της συνισταμένης τέμνει το εξωτερικό περίγραμμα της επιφάνειας στήριξης και θα καταλήγει σε **ανατροπή**, όταν η διεύθυνση της συνισταμένης εξέλθει από το περίγραμμα της επιφάνειας στήριξης.

ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΤΕΤΑΡΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Το σημείο εφαρμογής της δύναμης του βάρους του σώματος ονομάζεται **κέντρο βάρους**. Οι ευθείες που διέρχονται από το κέντρο βάρους ονομάζονται κεντροβαρικοί άξονες.

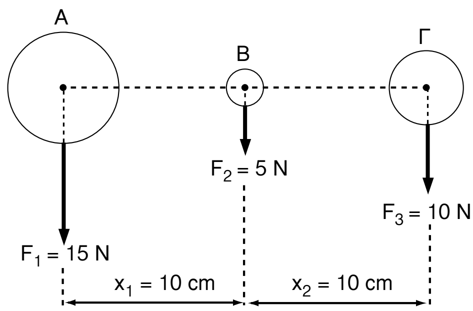
- Στην περίπτωση, κατά την οποία, δύο ή μία διάσταση του σώματος είναι πολύ μικρές, σε σχέση με τις υπόλοιπες θα πρέπει να μιλάμε περί κέντρου βάρους αντίστοιχα γραμμών ή επιφανειών. Επειδή όμως, τόσο οι γραμμές, όσο και οι επιφάνειες δεν έχουν βάρος θα μιλάμε για **κεντροειδές** γραμμών και επιφανειών.

- Η ισορροπία ενός σώματος χαρακτηρίζεται **ευσταθής**, όταν μετακινηθεί από την αρχική του θέση, υπό την επίδραση μίας δύναμης και επανέλθει σε αυτή, όταν παύσει να ενεργεί η δύναμη που προκάλεσε τη μετακίνησή του. Αν το σώμα εξακολουθήσει να απομακρύνεται από την αρχική του θέση ισορροπίας και όταν παύσει να ενεργεί η δύναμη που προκάλεσε τη μετακίνησή του η ισορροπία του χαρακτηρίζεται **ασταθής**. Αν το σώμα μετακινείται και ισορροπεί σε οποιαδήποτε θέση η ισορροπία του ονομάζεται **αδιάφορη.**

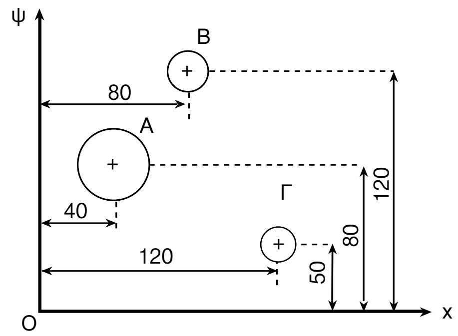


ΑΣΚΗΣΕΙΣ

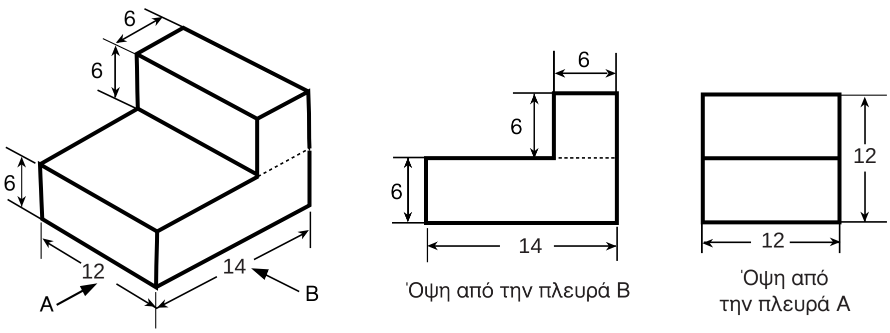
1. Να προσδιοριστεί το Κ.Β. των σωμάτων Α (F_1 = 15 N), Β (F_2 = 5 N), Γ (F_3 = 10 N), που βρίσκονται στην ίδια ευθεία.



2. Να προσδιοριστεί το Κ.Β. των σωμάτων Α (F_1 = 10 N), Β (F_2 = 4 N), Γ (F_3 = 2 N), που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο (διαστάσεις σε cm).



3. Να προσδιοριστεί το Κ.Β. του ομογενούς στερεού σώματος, που φαίνεται στο σχήμα (διαστάσεις σε cm).



Στερεό σώμα του οποίου ζητεί-ται η θέση του κέντρου βάρους

Όψη από την πλευρά Β

Όψη από την πλευρά Α

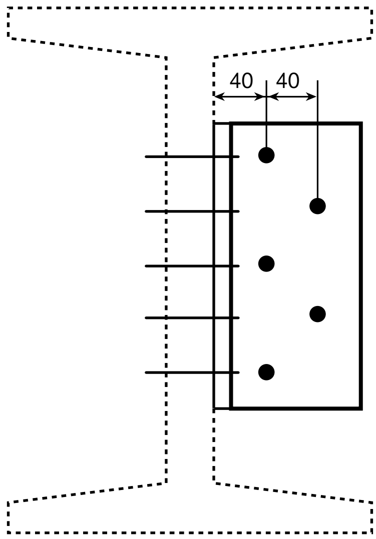
4. Να προσδιορίσετε το κεντροειδές μιας ημιπεριφέρειας ακτίνας 1,20m με τη γραφική και την αναλυτική μέθοδο.

5. Να προσδιορίσετε το κεντροειδές ενός τεταρτημορίου περιφέρειας ακτίνας 1,50 m με τη γραφική και την αναλυτική μέθοδο.

6. Να προσδιορίσετε το κεντροειδές ημικυκλίου ακτίνας 60 cm με τη γραφική και την αναλυτική μέθοδο.

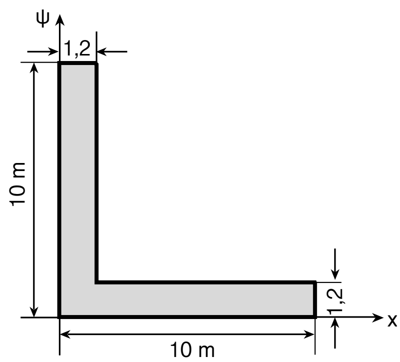
7. Να προσδιορίσετε το κεντροειδές ενός τεταρτημορίου κύκλου ακτίνας 90 cm, με τη γραφική και την αναλυτική μέθοδο.

8. Στην ήλωση του σχήματος υπάρχει η ομάδα των τριών ήλων. Μα προσδιοριστεί το κεντροειδές της ομάδας (διαστάσεις σε mm).

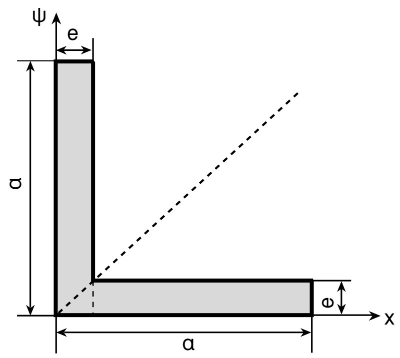


Καρφωτή σύνδεση

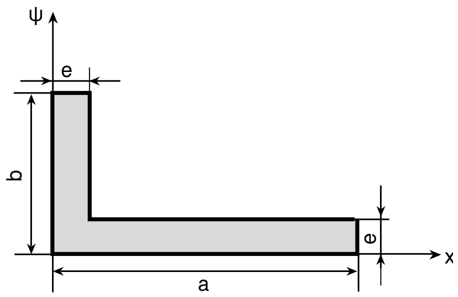
9. Να προσδιοριστεί το κεντροειδές του ελάσματος με το παρακάτω σχήμα με την αναλυτική μέθοδο.



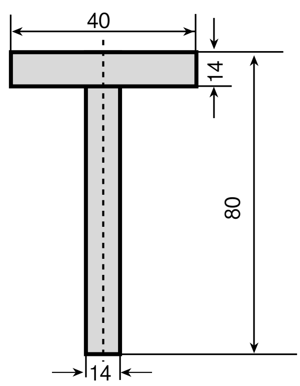
10. Να προσδιορίσετε το κεντροειδές της ισοσκελούς διατομής του σχήματος με τη γραφική και την αναλυτική μέθοδο, αν α = 150 mm και e = 24 mm.



11. Να προσδιορίσετε το κεντροειδές στη διατομή του σχήματος με τη γραφική και την αναλυτική μέθοδο, αν α = 160m, b = 80 mm και e = 16 mm.



12. Να υπολογιστεί με την αναλυτική και τη γραφική μέθοδο το κεντροειδές του παρακάτω σχήματος (διαστάσεις σε cm).



Μέρος Β

ΑΝΤΟΧΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ