

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

5

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- 5.1 Η αντοχή των υλικών
- 5.2 Βασικές εισαγωγικές έννοιες
- 5.3 Τα είδη των φορτίων
- 5.4 Οι σπουδαιότερες καταπονήσεις
- 5.5 Η έννοια της τάσης
- 5.6 Νόμος του Hooke
- 5.7 Επιμήκυνση - Επιβράχυνση
- 5.8 Η δοκιμή σε εφελκυσμό ή θλίψη

5.9 Επιτρεπόμενη τάση - συντελεστής ασφάλειας

**5.10 Επιτρεπόμενη τάση στη περίπτωση μεταβλητών φορτίων - τύπος
SEEFELNER**



Επιδιωκόμενοι στόχοι:

- ☒ Να αντιληφθείτε το ρόλο της αντοχής των υλικών στην ασφάλεια των κατασκευών και τη σπουδαιότητά της, ως βασικού τεχνολογικού μαθήματος, για όλες τις ειδικότητες.
- ☒ Να γνωρίσετε βασικούς τεχνικούς όρους του μαθήματος, για να αρχίσετε να εξοικειώνεστε με τη “γλώσσα των τεχνικών”.
- ☒ Να είστε σε θέση να αναφέρετε τα είδη των φορτίων, εξειδικεύοντας το καθένα από αυτά, με αντίστοιχα παραδείγματα.
- ☒ Να γνωρίσετε την έκταση και το περιεχόμενο του μαθήματος.
- ☒ Να είστε σε θέση να αναφέρετε τις βασικές “καταпонήσεις”, να ορίζετε την καθεμιά από αυτές και να τις εντοπίζετε στην πράξη.
- ☒ Να κατανοήσετε την έννοια της τάσης, το αίτιο που την προκαλεί και την αλληλουχία: σώμα-φορτίο-παραμόρφωση-αναπτυσσόμενες τάσεις.
- ☒ Να ορίζετε την τάση, να αναφέρετε τον αντίστοιχο τύπο και να λύνετε προβλήματα προσδιορισμού της τάσης, του φορτίου, της διατομής.
- ☒ Να διατυπώνετε το Νόμο του Hooke.
- ☒ Να γνωρίζετε τα είδη των καταπονήσεων, στα οποία αναφέρονται η επιμήκυνση και η επιβράχυνση.
- ☒ Να ορίζετε την επιμήκυνση, την ειδική επιμήκυνση και αντίστοιχα για την επιβράχυνση.
- ☒ Να ορίζετε το μέτρο ελαστικότητας και να εξηγείτε γιατί αυτό χαρακτηρίζει τα υλικά.
- ☒ Να περιγράφετε τη δοκιμή σε εφελκυσμό.

- ☒ Na ερμηνεύετε και να είστε σε θέση να αντλείτε στοιχεία από τα αντίστοιχα διαγράμματα.
- ☒ Na ορίζετε τις τάσεις στο όριο αναλογίας, ελαστικότητας, διαρροής, θραύσης.
- ☒ Na γνωρίζετε τη σημασία της επιτρεπόμενης τάσης και του συντελεστή ασφάλειας για την αντοχή - ασφάλεια των κατασκευών.
- ☒ Na ορίζετε τα μεταβλητά φορτία και να αναφέρετε παραδείγματα.
- ☒ Na λύνετε προβλήματα σχετικά με όσα αναφέρονται παραπάνω, να συγκρίνετε και να μελετάτε τα αποτελέσματα, ώστε να καταλήγετε στη διατύπωση χρήσιμων συμπερασμάτων.

5.1 Η ΑΝΤΟΧΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Όπως ήδη αναφέρθηκε στην αρχή του πρώτου μέρους, η αντοχή των υλικών είναι το τμήμα της Μηχανικής, το οποίο εξετάζει τα παραμορφώσιμα σώματα, όταν πάνω σε αυτά ενεργούν δυνάμεις.

Προκειμένου να ορίσουμε το αντικείμενο της αντοχής των υλικών πιο αναλυτικά, προσθέτουμε τα εξής:

- Η μελέτη της αντοχής μίας κατασκευής, θέτει τον μελετητή απέναντι σε δύο αντιφατικές επιδιώξεις, που συνοψίζονται σε δύο λέξεις: **ασφάλεια και οικονομία**.
- Οι δύο αυτές ανταγωνιστικές επιδιώξεις, λειτουργούν η μία σε βάρος της άλλης. Έτσι η μεγαλύτερη ασφάλεια της κατασκευής, προϋποθέτει μεγαλύτερη ποσότητα κατασκευαστικών υλικών ή καλύτερης ποιότητας, που μεταφράζονται σε υψηλότερο κατασκευαστικό κόστος, ενώ αντίθετα η ελάττωση του κόστους με σκοπό την οικονομία, μπορεί να θέσει σε κίνδυνο την ασφάλεια.

Οι επιδιώξεις που περιγράψαμε, παρά τις ανταγωνιστικές τους τάσεις, δεν αποτελούν δίλημμα για το μελετητή. Είναι αυτονόητο, ότι η κυρίαρχη θέση, πρέπει να είναι η επίτευξη της μέγιστης δυνατής ασφάλειας.

Η αντοχή των υλικών, είναι η επιστήμη, που μελετά τα στοιχεία των κατασκευών και τις αντίστοιχες παραμορφώσεις τους, όταν πάνω σε αυτά ενεργούν εξωτερικές δυνάμεις, με κύριο στόχο τον καθορισμό των συνθηκών που εξασφαλίζουν την αντοχή τους.

5.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Οι δυνάμεις ή οι ροπές οι οποίες ενεργούν στο εξωτερικό των σωμάτων και οι αντίστοιχες αντιδράσεις που αυτές προκαλούν, ονομάζονται **φορτία**.

Όταν ένα σώμα, βρίσκεται υπό την επίδραση φορτίων, λέμε ότι **φορτίζεται ή καταπονείται** ή βρίσκεται σε **εντατική κατάσταση**. Όταν τα φορτία παύσουν να ενεργούν στο σώμα, λέμε ότι το σώμα **αποφορτίζεται**.

Αποτέλεσμα της φόρτισης των σωμάτων, είναι η αλλαγή του σχήματός τους, δηλαδή η **παραμόρφωση**, που έχει ως συνέπεια την ανάπτυξη στο εσωτερικό τους δυνάμεων που ονομάζονται **εσωτερικές δυνάμεις**.

Οι παραμορφώσεις, που υφίστανται τα σώματα που φορτίζονται διακρίνονται σε:

α) **παροδικές ή ελαστικές**, οι οποίες εξαφανίζονται και τα σώματα επανέρχονται πλήρως στην αρχική τους κατάσταση, μετά την αποφόρτισή τους, (η ιδιότητα αυτή ονομάζεται **ελαστικότητα**), και

β) **μόνιμες ή πλαστικές**, οι οποίες εξακολουθούν να παραμένουν στα σώματα και μετά την αποφόρτισή τους. Αν τα σώματα αυτά, τα οποία έχουν υποστεί τέτοιου είδους παραμορφώσεις, φορτιστούν σταδιακά με μεγαλύτερα φορτία, αναπόφευκτα θα επέλθει η **θραύση** τους.

Όπως είναι φυσικό, όλα τα υλικά, από τα οποία αποτελούνται τα διάφορα σώματα, δεν επιδεικνύουν την ίδια συμπεριφορά όταν φορτίζονται. Ορισμένα από αυτά εμφανίζουν σημαντικές παραμορφώσεις, πριν επέλθει η θραύση τους και ονομάζονται **όλκιμα υλικά**, ενώ άλλα εμφανίζουν παραμορφώσεις πολύ περιορισμένης έκτασης και ονομάζονται **ψαθυρά**.

Όλκιμα υλικά: χαλκός, αλουμίνιο, χάλυβας κ.λ.π.

Ψαθυρά υλικά: χυτοσίδηρος, σκυρόδεμα, γυαλί, πέτρες, κεραμικά, υλικά κ.λ.π.

5.3 ΤΑ ΕΙΔΗ ΤΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

Τα φορτία, όπως ήδη έχει αναφερθεί, είναι οι εξωτερικές δυνάμεις που ενεργούν στα διάφορα σώματα και διακρίνονται σε:

α) **Μόνιμα φορτία**: είναι εκείνα που δεν μεταβάλλονται, κατά θέση και μέγεθος. Π.χ. το ίδιο βάρος των σωμάτων.

β) Μεταβλητά φορτία είναι τα μεταβαλλόμενα, κατά θέση και μέγεθος. Π.χ. το αυτοκίνητο που διέρχεται μία γέφυρα, είναι σε σχέση με τη γέφυρα, μεταβλητό φορτίο.

γ) Συγκεντρωμένα και επιφανειακά φορτία, είναι αντίστοιχα τα φορτία που ενεργούν σε μία πολύ μικρή περιοχή του σώματος και τα φορτία που ενεργούν σε μία εκτεταμένη περιοχή του σώματος. Τα υποστυλώματα (κολόνες) μιας κατοικίας και η πίεση του νερού στα τοιχώματα μιας πισίνας, είναι αντίστοιχα παραδείγματα συγκεντρωμένων και επιφανειακών φορτίων.

δ) Άμεσα και έμμεσα φορτία, είναι αντίστοιχα τα φορτία, που δρουν απευθείας πάνω στα σώματα και τα φορτία που δρουν με τη μεσολάβηση διάταξης (άλλου σώματος). Π.χ. το βάρος ενός τραπεζιού και το βάρος των αντικειμένων που έχουν τοποθετηθεί επάνω στο τραπέζι, αντίστοιχα, ως προς το δάπεδο.

5.4 ΟΙ ΣΠΟΥΔΑΙΟΤΕΡΕΣ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΕΙΣ

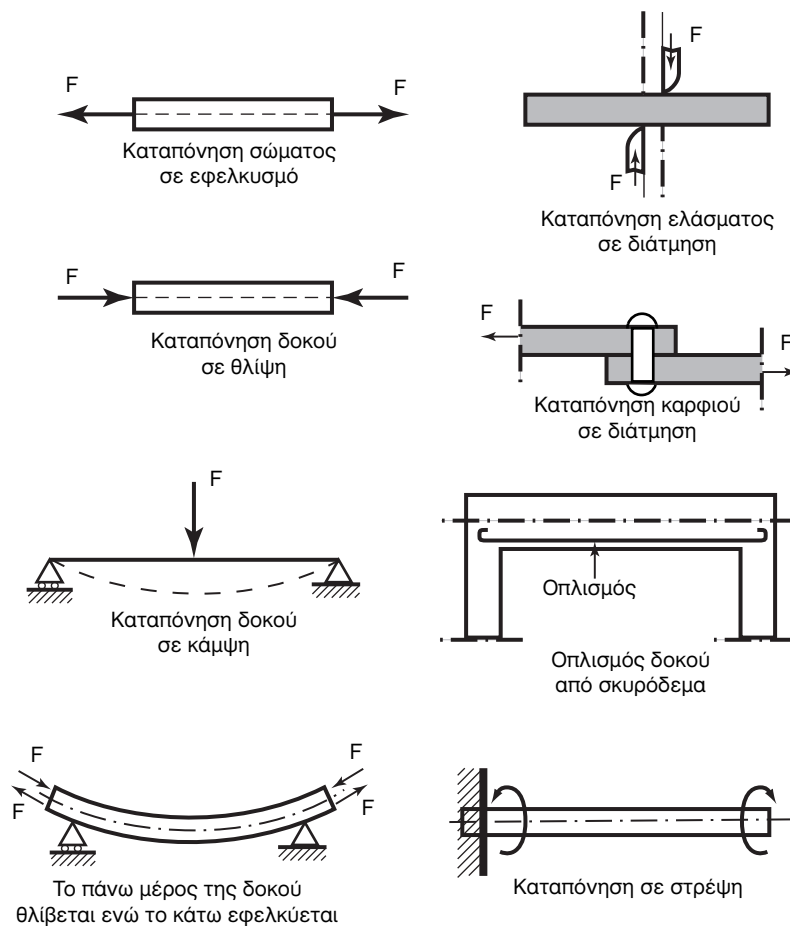
Στην παράγραφο αυτή, θα αναφερθούμε στις σπουδαιότερες απλές καταπονήσεις, επιχειρώντας μια πρώτη προσέγγισή τους (σχ. 5.4 α):

α) Εφελκυσμός και θλίψη: Οι καταπονήσεις αυτές, για να εκδηλωθούν σε ένα σώμα, θα πρέπει να ενεργούν στα άκρα του φορτία αντίθετα, των οποίων η συνισταμένη συμπίπτει με το γεωμετρικό άξονα του σώματος. Ανάλογα, αν το σώμα τείνει να επιμηκυνθεί ή να επιβραχυνθεί, καταπονείται αντίστοιχα σε εφελκυσμό ή θλίψη.

β) Διάτμηση εμφανίζεται σε ένα σώμα, όταν ενεργούν σε αυτό δύο φορτία κάθετα στον άξονά του και οι διευθύνσεις τους βρίσκονται πολύ πλησίον η μία στην άλλη.

γ) Κάμψη εμφανίζεται σε ένα σώμα, όταν ενεργούν σε αυτό φορτία κάθετα στον άξονά του, που έχουν ως συνέπεια τη δημιουργία ροπών, που βρίσκονται σε ένα επίπεδο κάθετο στη διατομή του και που διέρχεται από το γεωμετρικό άξονα του σώματος.

(Διευκρινίζεται ότι, ως διατομή ορίζεται η επιφάνεια που προκύπτει όταν πραγματοποιήσουμε μία τομή του σώματος με ένα επίπεδο κάθετο στον άξονά του).



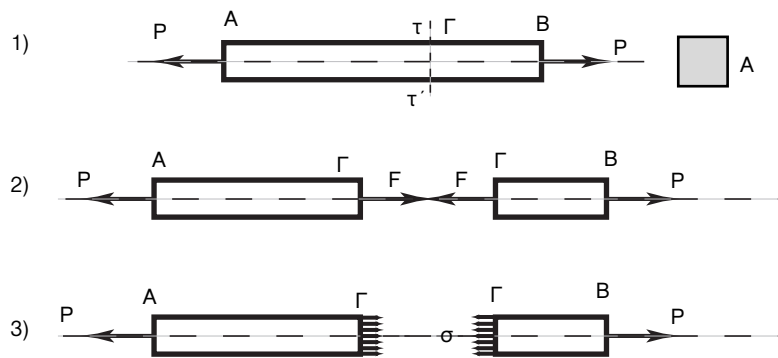
Σχήμα 5.4a Οι σπουδαιότερες καταπονήσεις

δ) Στρέψη εμφανίζεται σε ένα σώμα, όταν τα φορτία που ενεργούν σε αυτό, αποτελούν ζεύγος που βρίσκεται σε μία διατομή κάθετη στον άξονα του σώματος.

ε) Λυγισμός είναι η ταυτόσημη καταπόνηση με τη θλίψη, από πλευράς δράσης των φορτίων, υπό την προϋπόθεση όμως ότι το μήκος του σώματος είναι πολύ μεγάλο σε σχέση με τις άλλες διαστάσεις του.

5.5 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ

Έστω η ράβδος AB (σχ. 5.5 α - 1) που καταπονείται σε εφελκυσμό από τα φορτία P. Με ένα επίπεδο κάθετο στον άξονά της, πραγματοποιούμε στο σημείο Γ, την τομή $\tau - \tau'$, με την οποία διαχωρίζουμε τη ράβδο στα τμήματα ΑΓ και ΒΓ (σχ 5.5 α - 2). Εξετάζοντας τις συνθήκες ισορροπίας του αριστερού τμήματος ΑΓ, διαπιστώνουμε ότι για να βρίσκεται σε ισορροπία, θα πρέπει το δεξιό τμήμα ΒΓ να ασκεί σε αυτό μία δύναμη F, ίση και αντίθετη της P. Κατ' αναλογία, για να βρίσκεται σε ισορροπία το τμήμα ΒΓ, θα πρέπει να ασκείται σε αυτό, από το αριστερό τμήμα ΑΓ μία δύναμη F, ίση και αντίθετη της P.



Σχήμα 5.5α Οι ορθές εφελκυστικές τάσεις

Οι δυνάμεις F, είναι εσωτερικές δυνάμεις, ομοιόμορφα κατανεμημένες στις διατομές στο σημείο Γ της ράβδου, που προήλθαν από την τομή $\tau - \tau'$ (σχ. 5.5 α - 3) .

Αν υποθέσουμε, ότι κάθε στοιχειώδες τμήμα της διατομής δέχεται τη στοιχειώδη δύναμη (σ), τότε, αφού η διατομή της ράβδου είναι ίση με A, προκύπτει :

$$F = \sigma \cdot A = P \quad \text{και}$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{F}{A}$$

Το πηλίκο αυτό (σ), ονομάζεται **τάση** και ακόμη **ορθή τάση**, από το γεγονός ότι είναι κάθετη στη διατομή, και **ορθή εφελκυστική τάση**, γιατί προέκυψε από καταπόνηση της ράβδου σε εφελκυσμό.

Οι τάσεις δεν δημιουργούνται σαν αποτέλεσμα της δράσης των φορτίων πάνω στα σώματα, αλλά σαν αποτέλεσμα των παραμορφώσεων που υφίστανται τα σώ-

□ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Μία ράβδος τετραγωνικής διατομής με πλευρά 5 cm, εφελκύεται από φορτίο άγνωστης έντασης. Αν η αναπτυσσόμενη τάση είναι ίση με 1500 N/cm², να προσδιοριστεί το φορτίο σε daN/cm²

Δίνονται:

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$\sigma = 1500 \text{ N / cm}^2$$

Ζητούνται:

$$F \text{ σε daN/cm}^2$$

Λύση

$$\sigma = 1500 \text{ N/cm}^2 = 150 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$F = A \cdot \sigma$$

$$A = a^2 = 5^2 \text{ cm}^2 = 25 \text{ cm}^2$$

$$F = A \cdot \sigma = 25 \text{ cm}^2 \cdot 150 \text{ daN/cm}^2$$

$$F = 3750 \text{ daN}$$

Συνέχεια της υποσημείωσης

ματα από την επίδραση των φορτίων.

Πράγματι, κατά τη διάρκεια της δράσης κάποιων φορτίων σε ένα σώμα, αυτό αρχίζει να παραμορφώνεται, δηλαδή τα μέρη του σώματος ή καλύτερα τα μόρια του σώματος μετακινούνται, με αποτέλεσμα, στη φάση αυτή, το σώμα να μη βρίσκεται σε ισορροπία. Όσο τα φορτία μεγαλώνουν, μεγαλώνουν, όπως είναι φυσικό, και οι παραμορφώσεις του σώματος και επομένως μεγαλώνουν και οι τάσεις που αναπτύσσονται τάσεις που αντιπροσωπεύουν τις αντιδράσεις των μορίων του σώματος στις παραμορφώσεις του. Γι' αυτόν ακριβώς το λόγο, οι παραμορφώσεις του σώματος μεγαλώνουν, μέχρις ότου οι αντίστοιχες τάσεις που αναπτύσσονται, να ισορροπήσουν τις εξωτερικές δυνάμεις και το σώμα να βρεθεί και πάλι σε κατάσταση ισορροπίας. Πρέπει ακόμη να τονιστεί ότι για να διευκολυνθεί η μελέτη της αντοχής των υλικών και να απλοποιηθεί η επίλυση των προβλημάτων που προκύπτουν, γίνονται δεκτές οι παρακάτω θέσεις:

1. Τα σώματα θεωρούνται ομογενή, δηλαδή υλικά που έχουν τις ίδιες φυσικές ιδιότητες σε όλο τους τον όγκο, δηλαδή σε κάθε σημείο τους.
2. Τα σώματα θεωρούνται ελαστικώς ισότροπα, δηλαδή υλικά που έχουν τις ίδιες ελαστικές ιδιότητες προς όλες τις διευθύνσεις.

Το καουτσούκ π.χ. έχει προς όλες τις διευθύνσεις τις ίδιες ελαστικές ιδιότητες, γι' αυτό και λέγεται υλικό ελαστικώς ισότροπο, ενώ το ξύλο παρουσιάζει

5.6 Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ HOOKE

Από πειραματικές δοκιμές των υλικών, έχει αποδειχθεί ότι οι παραμορφώσεις που υφίστανται τα φορτισμένα σώματα, είναι ανάλογες με τα φορτία, στην αρχή των παραμορφώσεων, αλλά στη συνέχεια, οι παραμορφώσεις αυξάνονται, (με ταχύτερο ρυθμό), σε μεγαλύτερο ποσοστό από το αντίστοιχο ποσοστό αύξησης των φορτίων.

Ο νόμος του Hooke λέγει ότι: **Αν δεν ξεπεραστεί ένα συγκεκριμένο όριο, που ονομάζεται όριο αναλογίας, οι παραμορφώσεις που υφίστανται τα φορτισμένα σώματα, είναι ανάλογες με τα αντίστοιχα φορτία που τις προκάλεσαν.**

Ο νόμος διατυπώθηκε το 1678 με τη φράση «ut tensio sic vis» και αποτελεί τη βασικότερη αρχή, στην οποία θεμελιώθηκε η επιστήμη της αντοχής των υλικών.

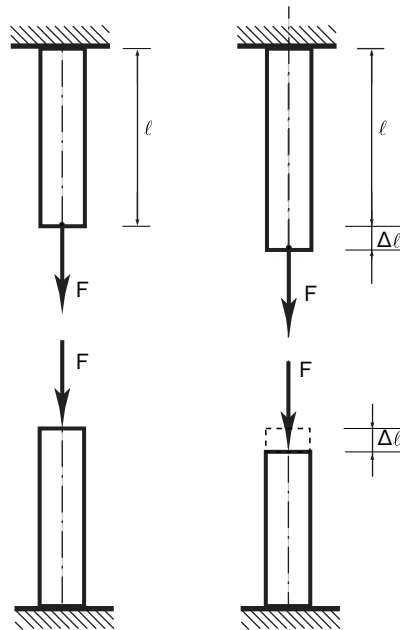
Συνέχεια της υποσημείωσης

κατά τη διεύθυνση των ινών του μεγαλύτερη ελαστικότητα και κατά την κάθετη διεύθυνση προς τις ίνες του μικρότερη, γι' αυτό και λέγεται υλικό ελαστικώς ανισότροπο.

3. Τα σώματα έχουν σταθερή διατομή (A = σταθερή) σε όλο τους το μήκος.
4. Η συνισταμένη των φορτίων που ενεργούν στα σώματα, ενεργεί κατά το γεωμετρικό τους άξονα.
5. Όλες οι κάθετες διατομές προς το γεωμετρικό άξονα του σώματος πριν από τη καταπόνηση, εξακολουθούν να είναι κάθετες και κατά τη διάρκεια της καταπόνησης και επομένως και κατά την παραμόρφωση, γεγονός που σημαίνει ότι :
 - α. όλες οι ίνες κατά μήκος του σώματος παραμορφώνονται και καταπονούνται κατά τον ίδιο ακριβώς τρόπο, ή
 - β. όλο το σώμα καταπονείται ομοιόμορφα, ή
 - γ. όλα τα φορτία που ενεργούν στο σώμα είναι κατανεμημένα ομοιόμορφα σε όλη τη διατομή, που είναι κάθετη προς το γεωμετρικό άξονα και τη συνισταμένη των φορτίων, δηλαδή :
 - δ. **οι αναπτυσσόμενες τάσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες σε όλη τη διατομή που είναι κάθετη προς τον γεωμετρικό άξονα και τη συνισταμένη των φορτίων.**

5.7 ΕΠΙΜΗΚΥΝΣΗ - ΕΠΙΒΡΑΧΥΝΣΗ

Έστω η πρισματική ράβδος (σχ. 5.7 α), η οποία καταπονείται σε εφελκυσμό ή θλίψη από το φορτίο (F), με αποτέλεσμα τη μεταβολή του μήκους της ράβδου κατά $\Delta\ell$. Η μεταβολή αυτή, αντιπροσωπεύει τη μεταβολή του ολικού μήκους της ράβδου και ονομάζεται **επιμήκυνση** στη περίπτωση του εφελκυσμού και **επιβράχυνση** σε εκείνη της θλίψης.



Σχήμα 5.7α Επιμήκυνση και επιβράχυνση ράβδου

Είναι εύκολα κατανοητό, ότι μία ταυτόσημη μεταβολή του μήκους ($\Delta\ell$), έχει μεγάλη σημασία για ένα σώμα μικρού μήκους, σε σχέση με ένα σώμα μεγάλου μήκους. Αυτό σημαίνει ότι, αν έχουμε δύο ράβδους, που έχουν μήκη αντίστοιχα 2 m και 0,5 m, οι οποίες καταπονούνται σε εφελκυσμό παρουσιάσουν ταυτόσημη ολική επιμήκυνση ίση με 5 mm, η σημασία και τα συμπεράσματα που εξάγονται για τις δύο περιπτώσεις, είναι παντελώς διαφορετικά. Σε ασφαλή συμπεράσματα επομένως, θα μας οδηγήσει η γνώση της μεταβολής του μήκους, ανά μονάδα μήκους του σώματος, δηλαδή η **ειδική μεταβολή του μήκους** (ε), που εκφράζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell} \quad (1)$$

Στην περίπτωση του εφελκυσμού, η (ε) θα ονομάζεται **ειδική επιμήκυνση** και στην περίπτωση της θλίψης, **ειδική επιβράχυνση**.

Ο νόμος του Hooke υπαγορεύει ότι, υπό ορισμένες συνθήκες, η ειδική μεταβολή του μήκους (ε), είναι ανάλογη της τάσης (σ) που αναπτύσσεται στα φορτισμένα σώματα, που καταπονούνται από φορτία· δηλαδή :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \text{και} \quad \sigma = \varepsilon \cdot E \quad (2)$$

όπου το E εκφράζει το **μέτρο ελαστικότητας** που εξαρτάται και χαρακτηρίζει το υλικό του σώματος και το οποίο ορίζεται από τη σχέση:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (3)$$

δηλ. ως σταθερό πηλίκο (στην ελαστική περιοχή) της τάσης και της ειδικής μεταβολής του μήκους.

Από τη σχέση (2) σε συνδυασμό με τις σχέσεις :

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \text{και} \quad \varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

προκύπτει:

$$\frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{F}{A \cdot E} \quad \text{και επομένως} \quad \Delta \ell = \frac{F \cdot \ell}{A \cdot E}$$

Η παραπάνω σχέση διατυπώνεται ως εξής: **Η μεταβολή του μήκους ενός σώματος –στην περιοχή αναλογίας– είναι ανάλογη του φορτίου και του αρχικού του μήκους, και αντιστρόφως ανάλογη της διατομής του και του μέτρου ελαστικότητας.**

□ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Ράβδος κυκλικής διατομής διαμέτρου 8mm και μήκους 1,50 m, εφελκύεται από φορτίο 5000 daN. Αν το μέτρο ελαστικότητας του υλικού της ράβδου είναι ίσο με 2.100.000 daN / cm², να προσδιοριστεί η επιμήκυνση της ράβδου.

Δίνονται:

$$d = 8 \text{ mm} = 0,8 \text{ cm}$$

$$\ell = 1,50 \text{ m} = 150 \text{ cm}$$

$$F = 5000 \text{ daN}$$

$$E = 2.100.000 \text{ daN / cm}^2$$

Ζητούνται:

Η επιμήκυνση ($\Delta\ell$)

Λύση

$$\Delta\ell = \frac{F \cdot \ell}{A \cdot E}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,8^2 \text{ cm}^2}{4}$$

$$A = 0,50 \text{ cm}^2$$

Κατά συνέπεια:

$$\Delta\ell = \frac{5000 \text{ daN} \cdot 150 \text{ cm}}{0,50 \text{ cm}^2 \cdot 2100000 \text{ daN / cm}^2}$$

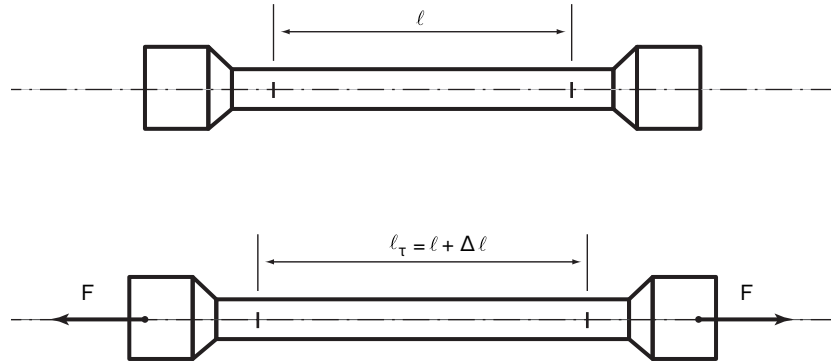
$$\Delta\ell = \frac{750000}{1050000} \text{ cm}$$

$$\Delta\ell = 0,71 \text{ cm} = 7,1 \text{ mm}$$

5.8 Η ΔΟΚΙΜΗ ΣΕ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟ Η ΘΛΙΨΗ

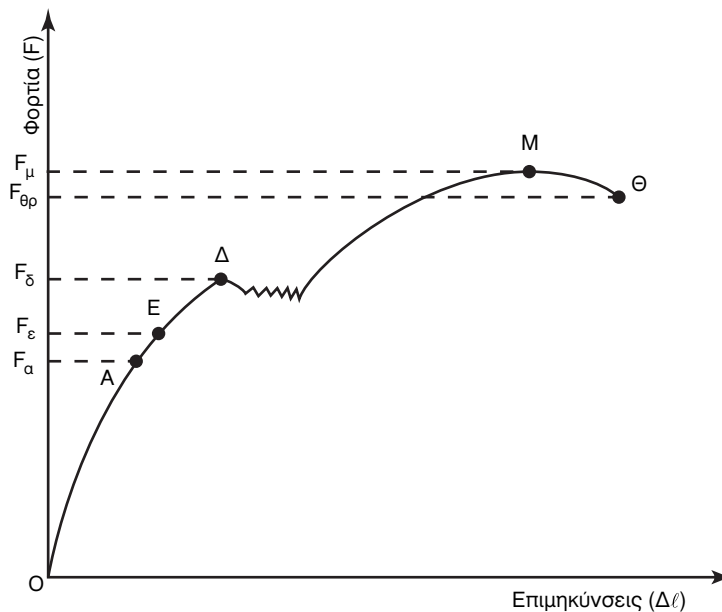
Πρόκειται για τη δοκιμή που πραγματοποιείται στα εργαστήρια της αντοχής των υλικών από ειδικά για το σκοπό αυτό μηχανήματα, προκειμένου να προσδιορίσουμε και να καταγράψουμε τις χαρακτηριστικές ιδιότητες των υλικών, τις σχετικές με την αντοχή τους.

Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιούνται αντιπροσωπευτικά δείγματα των υλικών με προκαθορισμένες διαστάσεις, που ονομάζονται **δοκίμια** (σχ. 5.8 α).



Σχήμα 5.8α Επιμήκυνση ($\Delta\ell$): Το σώμα έχει αρχικό μήκος ℓ . Το σώμα επιμηκύνεται και το μήκος του γίνεται ℓ_T .

Στη μηχανή των δοκιμών καταγράφονται τα εφαρμοζόμενα φορτία καταπόνησης του υλικού σε εφελκυσμό ή θλίψη (F) και οι αντίστοιχες επιμηκύνσεις του υλικού ($\Delta\ell$). Το διάγραμμα που προκύπτει από τη χρήση των στοιχείων αυτών για την περίπτωση του εφελκυσμού, έχει τη μορφή του σχ. 5.8 β.



Σχήμα 5.8β Διάγραμμα επιμηκύνσεων - Φορτίων

Στο διάγραμμα διακρίνουμε πέντε “περιοχές”:

α) Την **αναλογική περιοχή** (OA), στην οποία τα εφαρμοζόμενα φορτία

είναι ανάλογα των αντίστοιχων παραμορφώσεων, όπως επίσης το **όριο (φορτίο) αναλογίας** (F_a). Από το φορτίο αυτό και με γνωστές τις διαστάσεις του δοκιμίου και επομένως με γνωστή τη διατομή του (A)*, προσδιορίζουμε την αντίστοιχη **τάση αναλογίας** (σ_a):

$$\sigma_a = \frac{F_a}{A}$$

β) Την **περιοχή** (ΑΕ), στην οποία οι παραμορφώσεις είναι **ελαστικές**, αλλά τα φορτία δεν είναι ανάλογα των επιμηκύνσεων.

γ) Την **ελαστική περιοχή** (ΟΕ), που περιλαμβάνει τις δύο παραπάνω περιοχές (ΟΕ = ΟΑ + ΑΕ) και το όριο (φορτίο) ελαστικότητας (F_e). Η αντίστοιχη τάση (όριο) ελαστικότητας (σ_e), θα προκύπτει από τη σχέση:

$$\sigma_e = \frac{F_e}{A}$$

δ) Την **περιοχή των πλαστικών ή μόνιμων παραμορφώσεων** (ΕΔ) με οριακό σημείο το Δ, που εκπροσωπεί το **όριο διαρροής**. Η αντίστοιχη τάση (όριο) διαρροής (σ_δ), θα προκύπτει από τη σχέση :

$$\sigma_\delta = \frac{F_\delta}{A}$$

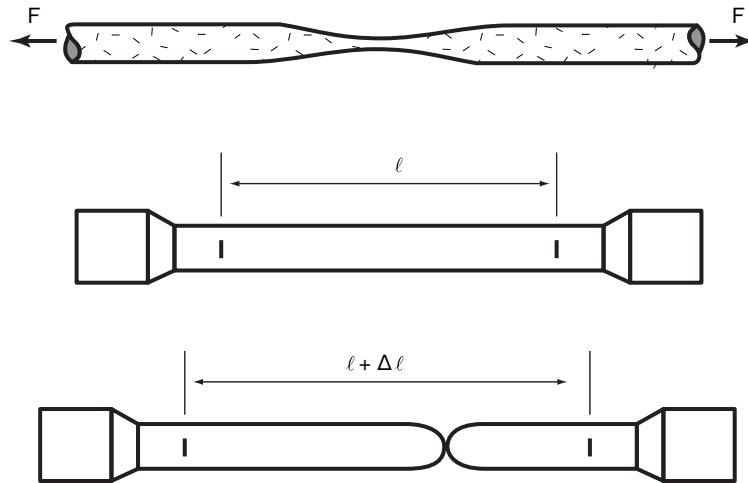
ε) Την **περιοχή θραύσης** (ΔΘ), στην οποία συναντάμε μεγάλες παραμορφώσεις, με μικρές αντίστοιχες αυξήσεις των φορτίων. Σημαντικό σημείο της περιοχής είναι το (Μ), δηλαδή το σημείο, στο οποίο αντιστοιχεί το μέγιστο φορτίο καταπόνησης του δοκιμίου (F_μ), το οποίο θεωρείται για το υλικό ως **φορτίο θραύσης** (F_θ).

Η αντίστοιχη τάση (όριο) θραύσης, θα προκύπτει από τη σχέση :

$$\sigma_\theta = \frac{F_\theta}{A}$$

Κατά τη διάρκεια της δοκιμής, στο σημείο (Μ) του διαγράμματος σημειώνεται σημαντική μείωση της διατομής του δοκιμίου (σχ. 5.8 γ), η οποία ονομάζεται **εγκάρσια συστολή**. Μετά το σημείο (Μ), ακολουθεί στο διάγραμμα το σημείο (Θ). Στην περιοχή (ΜΘ), παρά το γεγονός ότι τα αντίστοιχα φορτία ελαττώνονται, το δοκίμιο θραύεται (στο σημείο Θ).

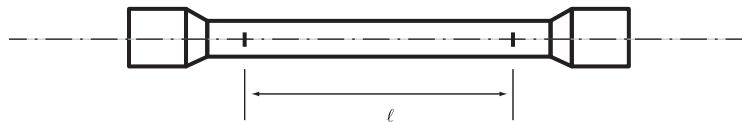
* Κατά τη διάρκεια της δοκιμής η διατομή (A) θεωρείται αμετάβλητη (A = σταθερή).



Σχήμα 5.8γ Η εγκάρσια συστολή

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Ένα δοκίμιο διαμέτρου 12 mm και μήκους 60 cm, υπεβλήθη σε δοκιμή σε εφελκυσμό και έδωσε τα αποτελέσματα :



Φορτίο αναλογίας: 1695 daN

Επιμήκυνση: 0,045 cm

Αν το φορτίο θραύσης του δοκιμίου είναι ίσο με 4238 daN, να προσδιοριστούν :

- α. Η τάση στο όριο αναλογίας,
- β. Η τάση στο όριο θραύσης,
- γ. Η ειδική επιμήκυνση,
- δ. Η ειδική επιμήκυνση επί τοις εκατό,
- ε. Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού.

Δίνονται:

$$d = 12 \text{ mm}$$

$$\ell = 60 \text{ cm}$$

$$F_a = 1695 \text{ daN}$$

$$F_{\theta\rho} = 4238 \text{ daN}$$

$$\Delta\ell = 0,045 \text{ cm}$$

Ζητούνται:

α. Η τάση στο όριο αναλογίας (σ_a)

β. Η τάση στο όριο θραύσης ($\sigma_{\theta\rho}$).

γ. Η ειδική επιμήκυνση (ε)

δ. Η ειδική επιμήκυνση επί τοις εκατό ($\varepsilon\%$)

ε. Το μέτρο ελαστικότητας (E)

Λύση

$$\alpha) \quad \sigma_a = \frac{F_a}{A}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 1,2^2 \text{ cm}^2}{4}$$

$$A = 1,13 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_a = \frac{F_a}{A} = \frac{1695 \text{ daN}}{1,13 \text{ cm}^2}$$

$$\underline{\sigma_a = 1500 \text{ daN/cm}^2}$$

$$\beta) \quad \sigma_{\theta\rho} = \frac{F_{\theta\rho}}{A} = \frac{4238 \text{ daN}}{1,13 \text{ cm}^2}$$

$$\underline{\sigma_{\theta\rho} = 3750 \text{ daN/cm}^2}$$

$$\gamma) \quad \varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{0,045 \text{ cm}}{60 \text{ cm}}$$

$$\underline{\varepsilon = 0,00075}$$

$$\delta) \quad \varepsilon\% = \frac{\Delta\ell}{\ell} \cdot 100 = \frac{0,045 \text{ cm}}{60 \text{ cm}} \cdot 100$$

$$\underline{\varepsilon\% = 0,075}$$

$$\varepsilon) \quad \Delta\ell = \frac{F_a \cdot \ell}{A \cdot E}$$

$$E = \frac{F_a \cdot \ell}{A \cdot \Delta \ell} = \frac{1695 \text{ daN} \cdot 60 \text{ cm}}{1,13 \text{ cm}^2 \cdot 0,045 \text{ cm}}$$

$$E = \frac{101700 \text{ daN}}{0,05085 \text{ cm}^2}$$

$$E = 2000000 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

5.9 ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ - ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ

Για να είναι εξασφαλισμένη η αντοχή των κατασκευών, είναι αυτονόητο, ότι δεν πρέπει κατά τη φόρτισή τους να εξαντλούνται τα όρια της αντοχής τους, γιατί αν αυτό συμβεί και το υλικό παρουσιάσει π.χ. ένα μη εμφανές ελάττωμα, τότε όλη η κατασκευή θα καταρρεύσει. Θα πρέπει επομένως, η κατασκευή να φορτιστεί κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να υπάρχουν επαρκείς εγγυήσεις ασφάλειας, έναντι πιθανών κινδύνων, που δεν είναι γνωστοί, όταν πραγματοποιούμε τους υπολογισμούς αντοχής. Οι κίνδυνοι, εκτός από τα πιθανά εσωτερικά ελαττώματα των υλικών, μπορούν να συνοψιστούν σε: μικρορωγμές, στην ύπαρξη ξένων προσμίξεων στα υλικά με επακόλουθη την αλλοίωση των ιδιοτήτων τους, στην αβεβαιότητα των μεγεθών, (και του τρόπου με τον οποίο ενεργούν), των μέγιστων φορτίων με επακόλουθη την αδυναμία προσδιορισμού των αντίστοιχων τάσεων. Η αδυναμία αυτή, γίνεται εντονότερη, λόγω των αναγκαστικών απλοποιήσεων που πραγματοποιούνται στους υπολογισμούς της αντοχής, προκειμένου να αντιμετωπιστούν πολύπλοκα προβλήματα.

Επιτρεπόμενη τάση ($\sigma_{\text{επ}}$), ονομάζεται η τάση με την οποία επιτρέπεται να καταπονηθεί ένα υλικό, για να είναι εξασφαλισμένη η αντοχή του, (και φυσικά κάτω από συγκεκριμένα περιθώρια ασφάλειας). Η τάση αυτή ορίζεται από τη σχέση:

$$\sigma_{\text{επ}} = \frac{\sigma_{\theta\rho}}{v} \quad \text{ή} \quad \sigma_{\text{επ}} = \frac{\sigma_{\delta}}{v}$$

όπου **v ο συντελεστής ασφάλειας, ο οποίος δείχνει πόσες φορές η επιτρεπόμενη τάση είναι μικρότερη της τάσης θραύσης του υλικού, ή της τάσης διαρροής ($v \cdot \sigma_{\text{επ}} = \sigma_{\theta\rho}$ και $v \cdot \sigma_{\text{επ}} = \sigma_{\delta}$).**

Παρά το γεγονός, ότι ο συντελεστής ασφάλειας προσδιορίζεται από

τεχνικούς κανονισμούς, δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις, που πρέπει να καθοριστεί από το μελετητή, όχι πάντοτε χωρίς σοβαρές δυσκολίες.

Π.χ.

χάλυβας $\nu = 1,5 \div 1,7$ (έναντι διαρροής)

$\nu = 2 \div 3$ (έναντι θραύσης)

Ξύλο $\nu = 3 \div 4,5$

χυτοσίδηρος $\nu = 6 \div 8$

5.10 Η ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ ΣΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ - ΤΥΠΟΣ SEEFEHLNER

Για τις περιπτώσεις, που τα διάφορα υλικά, καταπονούνται από μη στατικά φορτία, δηλαδή από φορτία μεταβαλλόμενα μεταξύ δύο τιμών, μιας ελάχιστης και μιας μέγιστης, ισχύει ο τύπος του SEEFEHLNER, που έχει τη μορφή:

$$\sigma_{\text{επ (μετ)}} = \frac{2}{3} \sigma_{\text{επ}} \left(1 + \frac{F_{\text{ελ}}}{2F} \right)$$

όπου, $\sigma_{\text{επ(μετ)}}$: επιτρεπόμενη τάση από μεταβλητά φορτία,

$F_{\text{ελ}}$: ελάχιστο μεταβλητό φορτίο

F : μέγιστο μεταβλητό φορτίο.

Αν το φορτίο μεταβάλλεται μεταξύ $(-F \div F)$, όπου $-F = F_{\text{ελ}}$, τότε ο τύπος του Seefehlner παίρνει τη μορφή:

$$\sigma_{\text{επ (μετ)}} = \frac{2}{3} \sigma_{\text{επ}} \left(1 + \frac{-F}{2F} \right) \quad \text{και} \quad \sigma_{\text{επ (μετ)}} = \frac{1}{3} \sigma_{\text{επ}}$$

Αν το φορτίο μεταβάλλεται μεταξύ των ακραίων τιμών $(0 \div F)$, τότε $F_{\text{ελ}} = 0$, οπότε προκύπτει:

$$\sigma_{\text{επ (μετ)}} = \frac{2}{3} \sigma_{\text{επ}} \left(1 + \frac{0}{2F} \right) \quad \text{και} \quad \sigma_{\text{επ (μετ)}} = \frac{2}{3} \sigma_{\text{επ}}$$

Οι παραπάνω σχέσεις έχουν προσδιοριστεί πειραματικά από τον Wöhler.

□ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Το εφελκυστικό φορτίο θραύσης μίας ράβδου, είναι ίσο με 9000 daN και η επιτρεπόμενη τάση ίση με 10 daN/mm². Αν ο συντελεστής ασφάλειας ληφθεί ίσος με 3, να προσδιοριστεί η διάμετρος της ράβδου.

Δίνονται:

$$F_{\theta\rho} = 9000 \text{ daN}$$

$$\sigma_{\varepsilon\pi} = 10 \text{ daN/mm}^2$$

$$\nu = 3$$

Ζητούνται:

Η διάμετρος της ράβδου (d)

Λύση

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta\rho} = \frac{F_{\theta\rho}}{A} \quad A = \frac{F_{\theta\rho}}{\sigma_{\theta\rho}} \quad (2)$$

$$\nu = \frac{\sigma_{\theta\rho}}{\sigma_{\varepsilon\pi}} \quad \sigma_{\theta\rho} = \nu \cdot \sigma_{\varepsilon\pi} \quad (3)$$

Από την (3) έχουμε :

$$\sigma_{\theta\rho} = \nu \cdot \sigma_{\varepsilon\pi} = 3 \cdot 10 \text{ daN/mm}^2$$

$$\sigma_{\theta\rho} = 30 \text{ daN/mm}^2$$

Από τη (2) προκύπτει:

$$A = \frac{F_{\theta\rho}}{\sigma_{\theta\rho}} = \frac{9000 \text{ daN}}{30 \text{ daN / mm}^2}$$

$$A = 300 \text{ mm}^2$$

Αντίστοιχα, από την (1) έχουμε :

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 300 \text{ mm}^2}{3,14}} = \sqrt{382 \text{ mm}^2}$$

Και επομένως :

$d = 19,55 \text{ mm}$



ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΠΕΜΠΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Η **αντοχή** των υλικών είναι η επιστήμη, που μελετάει τα στοιχεία των κατασκευών και τις αντίστοιχες παραμορφώσεις τους, όταν πάνω σε αυτά ενεργούν εξωτερικές δυνάμεις, με κύριο στόχο τον καθορισμό των συνθηκών που εξασφαλίζουν την αντοχή τους.
- Οι δυνάμεις ή οι ροπές οι οποίες ενεργούν στο εξωτερικό των σωμάτων και οι αντίστοιχες αντιδράσεις που αυτές προκαλούν, ονομάζονται **φορτία**. Όταν ένα σώμα, βρίσκεται υπό την επίδραση φορτίων, λέμε ότι **φορτίζεται** ή καταπονείται ή βρίσκεται σε **εντατική κατάσταση**. Όταν τα φορτία παύσουν να ενεργούν στο σώμα λέμε ότι το σώμα **αποφορτίζεται**.
- Οι παραμορφώσεις διακρίνονται σε **ελαστικές** και **πλαστικές**.
- Τα υλικά διακρίνονται σε **όλκιμα** και **ψαθυρά**.
- Τα φορτία διακρίνονται σε **μόνιμα**, **μεταβλητά**, **συγκεντρωμένα**, **επιφανειακά**, **άμεσα** και **έμμεσα**.
- Η τάση (σ) δίνεται ως πηλίκο του φορτίου (F) και της διατομής (A)

$$\sigma = \frac{F}{A}$$
- Ο νόμος του Hooke λέγει ότι: **Αν δεν ξεπεραστεί ένα συγκεκριμένο όριο, που ονομάζεται όριο αναλογίας, οι παραμορφώσεις που υφίστανται τα φορτισμένα σώματα είναι ανάλογες με τα αντίστοιχα φορτία που τις προκάλεσαν.**
- Με τον όρο **επιμήκυνση** χαρακτηρίζουμε την αύξηση του μήκους του σώματος στη περίπτωση του εφελκυσμού και με τον όρο **επιβράχυνση** την ελάτωση του μήκους του σώματος στη περίπτωση της θλίψης.
- Η ειδική επιμήκυνση και η ειδική επιβράχυνση δίνονται αντίστοιχα από το πηλίκο της επιμήκυνσης ($\Delta \ell$) ή της επιβράχυνσης ($\Delta \ell$) και του αρχικού μήκους (ℓ) του σώματος.

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

- Το μέτρο ελαστικότητας (E) χαρακτηρίζει το υλικό του σώματος και ορίζεται από τη σχέση:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

- Από τη δοκιμή σε εφελκυσμό προκύπτουν :

- Η τάση αναλογίας: $\sigma_a = \frac{F_a}{A}$

- Η τάση ελαστικότητας: $\sigma_\varepsilon = \frac{F_\varepsilon}{A}$

- Η τάση διαρροής: $\sigma_\delta = \frac{F_\delta}{A}$

- Η τάση θραύσης: $\sigma_\theta = \frac{F_\theta}{A}$

- Επιτρεπόμενη τάση ($\sigma_{\varepsilon\pi}$) ονομάζεται η τάση που επιτρέπεται να καταπονηθεί ένα υλικό, για να είναι εξασφαλισμένη η αντοχή του, (να υπάρχουν συγκεκριμένα περιθώρια ασφάλειας). Η τάση αυτή ορίζεται από τη σχέση:

$$\sigma_{\varepsilon\pi} = \frac{\sigma_{\theta\rho}}{\nu}$$







ή

$$\sigma_{\varepsilon\pi} = \frac{\sigma_\delta}{\nu}$$

όπου ν ο συντελεστής ασφάλειας, ο οποίος δείχνει πόσες φορές η επιτρεπόμενη τάση είναι μικρότερη της τάσης θραύσης του υλικού ή της τάσης διαρροής ($\nu \cdot \sigma_{\varepsilon\pi} = \sigma_{\theta\rho}$ και $\nu \cdot \sigma_{\varepsilon\pi} = \sigma_\delta$).



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

-  **1.** Μία ράβδος με ορθογωνική διατομή 4 cm X 6 cm εφελκύεται από φορτίο 2400 daN. Να προσδιοριστεί η αναπτυσσόμενη τάση σε daN/cm² και daN/mm².
-  **2.** Σε μία μεταλλική δοκό τοποθετείται βάρος 80 kN. Αν η αναπτυσσόμενη θλιπτική τάση είναι ίση με 0,8 kN/mm² να υπολογιστεί η πλευρά της διατομής της.
-  **3.** Από ένα συρματόσχοινο κρέμεται βάρος ίσο με 22,6 kN. Αν η αναπτυσσόμενη τάση είναι ίση με 0,20 KN/mm², να υπολογιστεί η διάμετρός του.
-  **4.** Μία λάμα διατομής 40 X 6 mm και μήκους 30 cm καταπονείται σε εφελκυσμό από φορτίο 2400 daN. Αν η λάμα επεμηκύνεται κατά 0,12 mm και θραύεται υπό φορτίο 4000 daN, να υπολογιστούν:
 - α. Η αναπτυσσόμενη τάση
 - β. Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού
 - γ. Η τάση θραύσης της λάμας.
-  **5.** Το φορτίο θραύσης του υλικού μίας εφελκυσόμενης ράβδου είναι ίσο με 1000 daN. Αν η ράβδος έχει διατομή ίση με 4 cm² και ο συντελεστής ασφάλειας είναι ίσος με 5, να υπολογιστεί η επιτρεπόμενη τάση.
-  **6.** Εφελκυσόμενη ράβδος μήκους 40 cm, παρουσίασε επιμήκυνση 0,04 cm. Να προσδιοριστεί η ειδική επιμήκυνση και η ίδια σε ποσοστό επί τοις εκατό.