

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

1

ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

1.1 Η δύναμη και τα χαρακτηριστικά της - Είδη δυνάμεων

1.2 Οι αρχές της στατικής



Επιδιωκόμενοι στόχοι:

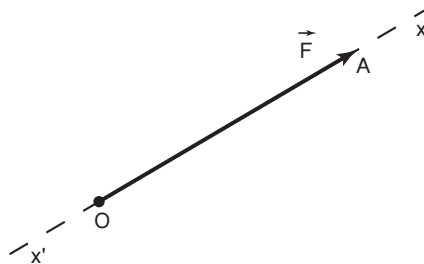
- ✓ Na ορίζετε τη δύναμη, να περιγράφετε τα χαρακτηριστικά της και να αναφέρετε παραδείγματα.
- ✓ Na περιγράφετε –αναφέροντας και παραδείγματα από τη πράξη– τα είδη των δυνάμεων, το σύστημα των δυνάμεων, τη συνισταμένη και τις συνιστώσες.
- ✓ Na αναφέρετε και να περιγράφετε τις αρχές της στατικής και να αντιληφθείτε τη σπουδαιότητά τους, για τη θεμελίωσή της.
- ✓ Na λύνετε προβλήματα που αναφέρονται στις ενότητες αυτού του κεφαλαίου, να συγκρίνετε και να μελετάτε τα αποτελέσματα και να καταλήγετε στη διατύπωση χρήσιμων συμπερασμάτων.

1.1 Η ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΤΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΗΣ - ΕΙΔΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Η **δύναμη** χαρακτηρίζεται σαν το αίτιο, το οποίο προκαλεί τη μεταβολή της κινητικής κατάστασης των σωμάτων.

Παραδείγματα δυνάμεων αποτελούν, το βάρος των σωμάτων, η έλξη που ασκούν οι μαγνήτες, η έλξη που ασκεί η μηχανή σε ένα συρμό κ.λ.π.

Η δύναμη είναι μέγεθος **διανυσματικό**, (παρίσταται ως \vec{F} ή \vec{OA}) και έχει τα χαρακτηριστικά του διανύσματος (σχ. 1.1α), δηλαδή:



Σχήμα 1.1α Η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος

● **Το σημείο εφαρμογής** είναι το σημείο (O) στο οποίο η δύναμη ενεργεί, δηλαδή το σημείο του σώματος, στο οποίο συγκεντρώνεται η επίδρασή της. Το γεγονός της σημειακής επίδρασης της δύναμης είναι οπωσδή-

ποτε ένα φαινόμενο, το οποίο διευκολύνει τη μελέτη των συνθηκών ισορροπίας των σωμάτων, χωρίς αισθητή αλλοίωση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν. Γίνεται οπωσδήποτε αντιληπτό, ότι η δύναμη ενεργεί σε μία συγκεκριμένη επιφάνεια ή σε ένα συγκεκριμένο όγκο. Η δύναμη π.χ. της βαρύτητας, κατανέμεται στο συνολικό όγκο των σωμάτων.

● **Τη διεύθυνση ή το φορέα**, που διέρχεται από το σημείο εφαρμογής της δύναμης και συμπίπτει με την ευθεία, κατά την οποία τείνει να κινηθεί το σώμα π.χ. η $\chi\chi'$.

Η διεύθυνση ή ο φορέας της δύναμης προσδιορίζει την ευθεία ενέργειας της, χωρίς να προσδιορίζει προς τα που τείνει να κινήσει το σώμα στο οποίο ενεργεί, δηλαδή, από το χ προς το χ' ή αντίστροφα. Αυτό υποδηλώνεται με το βέλος του διανύσματος, που καθορίζει το χαρακτηριστικό της **φοράς της δύναμης**.

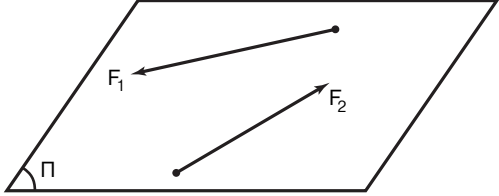
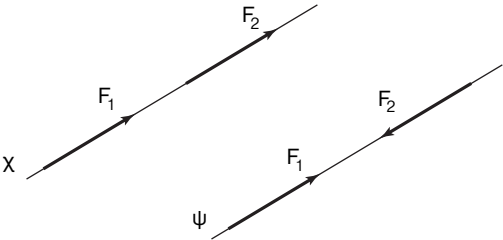
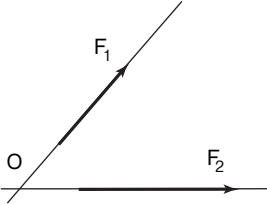
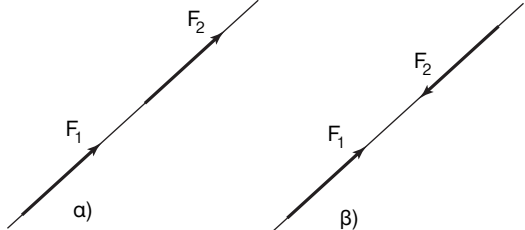
Το ποσοτικό χαρακτηριστικό που εκφράζει τη δύναμη, είναι η **ένταση ή το μέτρο**, που υποδηλώνεται από το μήκος του διανύσματος \vec{OA} , βεβαίως υπό καθορισμένη κλίμακα.

Οι δυνάμεις, με βάση τα χαρακτηριστικά τους, διακρίνονται (σχ. 1.1β) σε:

- **Ομοεπίπεδες**· αυτές δηλ. που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.
- **Ομοευθειακές ή συγγραμικές**· δηλ. οι δυνάμεις που έχουν την ίδια διεύθυνση.
- **Συντρέχουσες**· αυτές οι δυνάμεις, των οποίων οι διευθύνσεις τέμνονται σε ένα σημείο.
- **Ομόφορες**· δηλ. οι δυνάμεις που έχουν την ίδια φορά.
- **Αντίφορες**· δηλ. οι δυνάμεις που έχουν αντίθετη φορά.
- **Ίσες δυνάμεις**· είναι αυτές που έχουν κοινά, τη διεύθυνση, τη φορά και το μέτρο.
- **Αντίθετες δυνάμεις**· είναι αυτές που έχουν κοινά τη διεύθυνση και το μέτρο, αλλά αντίθετη τη φορά.
- **Κατεύθυνση δύναμης** είναι ο όρος που περιλαμβάνει τη διεύθυνση και τη φορά μιας δύναμης.

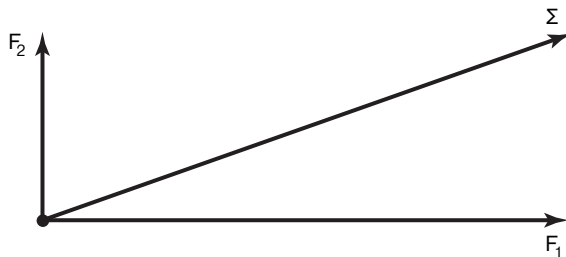
Διευκρινίζουμε ακόμη, ότι οι παράλληλες δυνάμεις έχουν κοινή διεύθυνση.

Σύστημα δυνάμεων είναι ένα σύνολο δυνάμεων, που δρούν σε ένα ή περισσότερα σώματα.

	Ομοεπίπεδες δυνάμεις
	Συγγραμικές δυνάμεις
	Συντρέχουσες δυνάμεις
	α. Ομόφορες δυνάμεις β. Αντίφορες δυνάμεις

Σχήμα 1.16 Τα είδη των δυνάμεων

Συνισταμένη ενός συστήματος δυνάμεων (σχ. 1.1γ) που ενεργούν σε ένα σώμα, είναι η δύναμη, που μπορεί να αντικαταστήσει το σύστημα, του οποίου οι δυνάμεις που το αποτελούν, ονομάζονται στην περίπτωση αυτή, **συνιστώσες**.

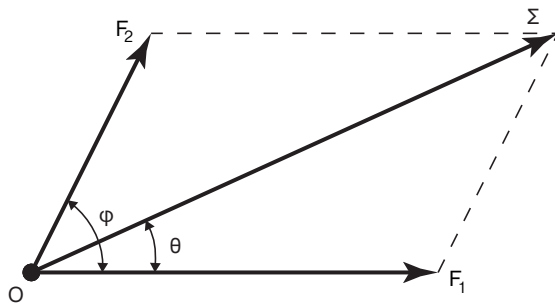


Σχήμα 1.1γ Συνισταμένη και συνιστώσες·
Σ είναι η συνισταμένη, F_1 , F_2 οι συνιστώσες

1.2 ΟΙ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΚΗΣ

1.2.1 Πρώτη αρχή: το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων

Η συνισταμένη δύο δυνάμεων F_1 και F_2 , που ενεργούν (σχ. 1.2α) στο ίδιο σημείο Ο ενός σώματος και σχηματίζουν γωνία φ , είναι η διαγώνιος του παραλληλογράμμου με πλευρές F_1 και F_2 που έχει το ίδιο σημείο εφαρμογής με τις συνιστώσες.



Σχήμα 1.2α Το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων

Το μέτρο και η διεύθυνση της συνισταμένης (Σ)* ευρίσκονται από τις σχέσεις :

* Από το θεώρημα του συνημιτόνου, στο γραμμοσκιασμένο τρίγωνο (της υποσημείωσης) προκύπτει για το μέτρο της συνισταμένης:

$$\Sigma^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 F_2 \cdot \sin(180^\circ - \varphi) \rightarrow$$

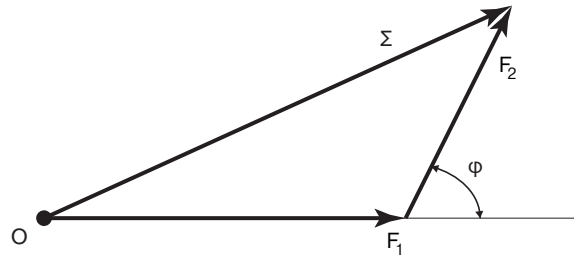
$$\Sigma^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 F_2 (-\sin \varphi) \rightarrow$$

Η υποσημείωση συνεχίζεται στην επόμενη σελίδα.

$$\Sigma = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \varphi}$$

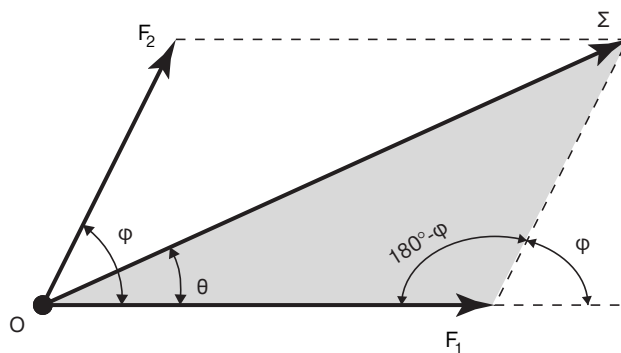
$$\eta\mu\theta = \frac{F_2}{\Sigma} \eta\mu\varphi, \text{ αντίστοιχα}$$

Η ίδια συνισταμένη (Σ) είναι δυνατόν να προσδιοριστεί με τη μέθοδο του δυναμοπολυγώνου, ως εξής: με αρχή το πέρας της δύναμης F_1 σχεδιάζουμε τη δύναμη F_2 (σχ. 1.2β) παράλληλη και ίση της F_2 . Η τρίτη πλευρά του δυναμοπολυγώνου (στην περίπτωση αυτή πρόκειται περί τριγώνου), δίνει τη συνισταμένη Σ των δύο αρχικών δυνάμεων και έχει αρχή το σημείο O (αρχή της δύναμης F_1) και πέρας το πέρας της δύναμης F_2 .



Σχήμα 1.2β Προσδιορισμός συνισταμένης με τη μέθοδο του δυναμοπολυγώνου

$$\Sigma = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \cos \varphi}$$



Από το θεώρημα του ημιτόνου στο γραμμοσκιασμένο τρίγωνο προκύπτει, για τη διεύθυνση της συνισταμένης:

$$\frac{F_2}{\eta\mu\theta} = \frac{\Sigma}{\eta\mu(180^\circ - \varphi)} \rightarrow \frac{F_2}{\eta\mu\theta} = \frac{\Sigma}{\eta\mu\varphi} \rightarrow \eta\mu\theta = \frac{F_2}{\Sigma} \eta\mu\varphi$$

Η **γραφική μέθοδος** προσδιορισμού της συνισταμένης ή των συνιστωσών, αφορά την κατασκευή, με τη χρήση καθορισμένης κλίμακας, του παραλληλογράμμου των δυνάμεων ή του δυναμοπολυγώνου. Το μέτρο της συνισταμένης, προκύπτει από τη μέτρηση του μήκους του ευθύγραμμου τμήματος το οποίο την αποτυπώνει, και την αναγωγή του με την κλίμακα που χρησιμοποιήσαμε. Η γωνία που προσδιορίζει τη διεύθυνση, προκύπτει μετά από μέτρηση με το μοιρογνώνιο.

❑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Οι δυνάμεις $F_1 = 60 \text{ N}$ και $F_2 = 70 \text{ N}$ ενεργούν υπό γωνία 60° . Να προσδιοριστεί η συνισταμένη με την αναλυτική και τη γραφική μέθοδο.

Δίνονται

$$F_1 = 60 \text{ N}$$

$$F_2 = 70 \text{ N}$$

$$\varphi = 60^\circ$$

Ζητούνται

Η συνισταμένη (Σ)

α) Με την αναλυτική μέθοδο

β) Με τη γραφική μέθοδο

Λύση

α) Με την αναλυτική μέθοδο:

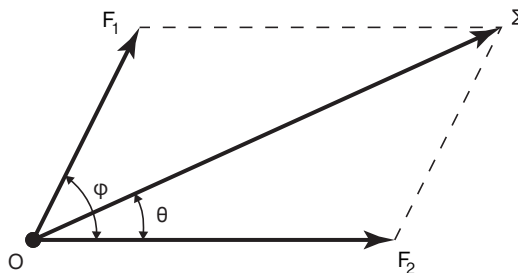
i) Το μέτρο της συνισταμένης, είναι:

$$\Sigma = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \sin\varphi}$$

$$\Sigma = \sqrt{60^2 \text{ N}^2 + 70^2 \text{ N}^2 + 2 \cdot 60 \cdot 70 \text{ N}^2 \cdot \frac{1}{2}}$$

$$\Sigma = \sqrt{12700 \text{ N}^2}$$

$$\Sigma = 112,6 \text{ N}$$



ii) Η διεύθυνση της συνισταμένης (σε μοίρες), είναι:

$$\eta\mu\theta = \frac{F_1}{\Sigma} \eta\mu\varphi$$

$$\eta\mu\theta = \frac{60 \text{ N}}{112,6 \text{ N}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

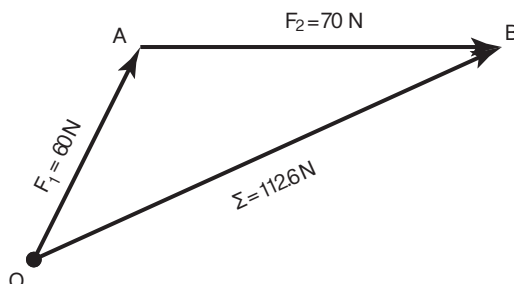
$$\eta\mu\theta = 0,46$$

$$\theta \cong 27^\circ$$

6) Με τη γραφική μέθοδο:

Καθορίζουμε κλίμακα: 1 cm = 10N

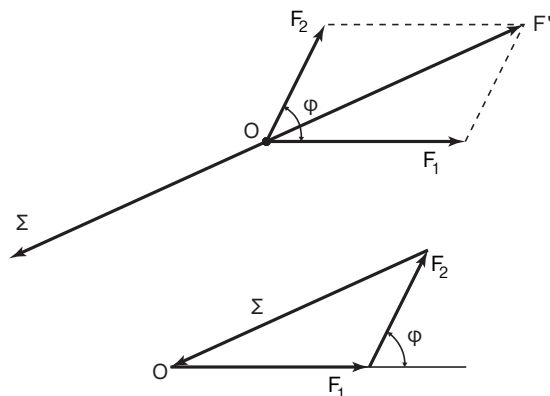
Από το σημείο O σχεδιάζουμε υπό κλίμακα το διάνυσμα OA με διεύθυνση παράλληλη προς τη δύναμη F_1 και με την ίδια φορά. Με την ίδια μέθοδο σχεδιάζουμε από το σημείο A το διάνυσμα AB που εκπροσωπεί την δύναμη F_2 . Το διάνυσμα OB με τη φορά που φαίνεται στο σχήμα εκπροσωπεί, υπό την κλίμακα που ορίσαμε, τη συνισταμένη $\Sigma = 112,6 \text{ N}$.



1.2.2 Δεύτερη αρχή: Η ισορροπία των δυνάμεων

Δύο δυνάμεις βρίσκονται σε ισορροπία, όταν έχουν το ίδιο μέτρο, είναι συγγραμμικές και αντίφορες.

Επιστρέφοντας σε ένα ανάλογο παράδειγμα της προηγούμενης παραγράφου και εφαρμόζοντας τη δεύτερη αρχή της στατικής που εξετάζουμε (σχ. 1.2γ), μπορούμε να ισορροπήσουμε το σύστημα των δυνάμεων (F_1 , F_2), αν στο σημείο O εφαρμόσουμε μία δύναμη Σ ίση και αντίθετη της συνισταμένης F' (τελική συνισταμένη ίση με μηδέν).



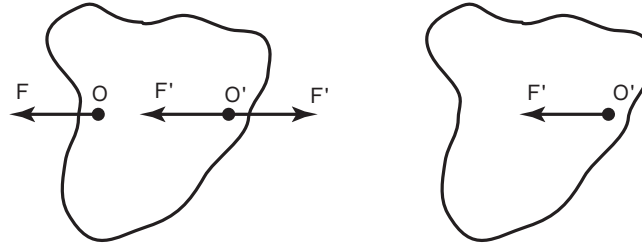
Σχήμα 1.2γ Οι δυνάμεις Σ , F' ισορροπούν.

Από την κατασκευή του δυναμοπολυγώνου (δυναμοτριγώνου), προκύπτει μία διαφορά σε σχέση με το δυναμοπολύγωνο της προηγούμενης παραγράφου, που εντοπίζεται στη φορά της δύναμης Σ . Η παρατήρηση αυτή μας οδηγεί στο εξής συμπέρασμα: Το δυναμοπολύγωνο (δυναμοτριγώνο) τριών δυνάμεων με κοινό σημείο εφαρμογής, που βρίσκονται σε ισορροπία, είναι ένα **κλειστό δυναμοπολύγωνο** (συνισταμένη ίση με μηδέν) .

1.2.3 Τρίτη αρχή: Μετακίνηση δύναμης στη διεύθυνσή της

Η δράση ενός συστήματος δυνάμεων σε ένα σώμα δεν μεταβάλλεται, αν προστεθεί ή αφαιρεθεί από αυτό, ένα άλλο σύστημα δυνάμεων, που βρίσκεται σε ισορροπία.

Με βάση την αρχή αυτή, προσθέτουμε στο σώμα (σχ. 1.2.δ), στο σημείο O του οποίου ενεργεί η δύναμη F , το σύστημα των δύο δυνάμεων F' F' που ενεργούν σε ένα άλλο σημείο του σώματος O' , έχουν αντίθετη φορά, είναι ίσες με την F και έχουν την ίδια διεύθυνση με αυτή. Αν πάλι εφαρμόσουμε την αρχή που διατυπώσαμε παραπάνω, δηλαδή αν αφαιρέσουμε από το σώμα το σύστημα των δυνάμεων F F' , θα παραμείνει να ενεργεί στο σώμα μόνη η δύναμη F' , ίση με την F , αλλά στο σημείο O' .



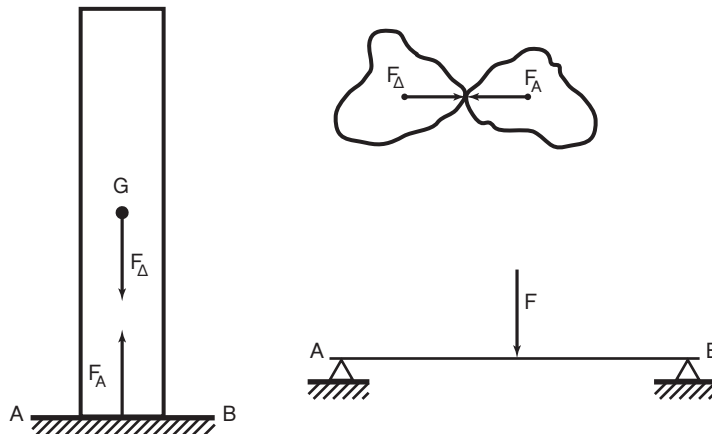
Σχήμα 1.2 δ Η δύναμη είναι ολισθαίνον διάνυσμα.

Από όσα αναφέρθηκαν, καταλήγουμε στο εξής συμπέρασμα: **Η δύναμη που ασκείται στα στερεά σώματα, μπορεί να μετατοπιστεί πάνω στο φορέα της, δηλαδή είναι ένα ολισθαίνον διάνυσμα.**

1.2.4 Τέταρτη αρχή: Δράσης - αντίδρασης

Κάθε επίδραση δύναμης (δράση), επάνω σε ένα σώμα, έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία μιας άλλης δύναμης (αντίδρασης), ώστε η δράση και η αντίδραση να είναι δυνάμεις αντίθετες.

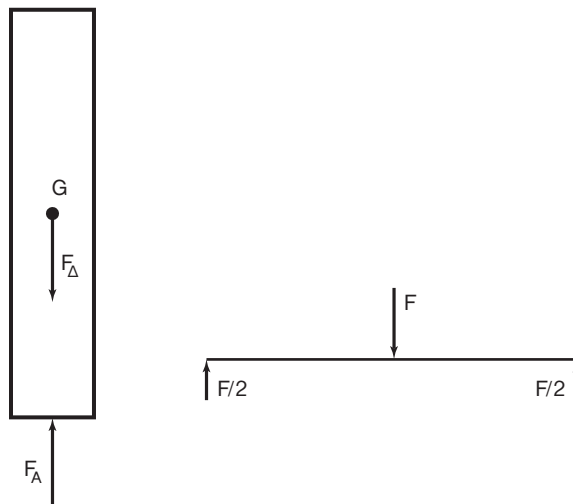
Το σώμα (σχ. 1.2.ε) υποβαστάζεται από ένα σταθερό επίπεδο AB και το ίδιο συμβαίνει στη περίπτωση της ράβδου, που με τη σειρά της υποβαστάζεται από τα στηρίγματα A και B.



Σχήμα 1.2ε Δράση - αντίδραση (F_A = δράση, F_B = αντίδραση)

Προκειμένου να μελετήσουμε τις συνθήκες ισορροπίας ενός σώματος, θα ακολουθήσουμε τη μέθοδο του ελεύθερου σώματος, δηλαδή θα απαλείψουμε τις στηρίξεις (συνδέσμους) του και στη θέση τους, θα σχεδιά-

σουμε τις αντίστοιχες αντιδράσεις (σχ. 1.2.στ). Το διάγραμμα που προκύπτει, ονομάζεται **διάγραμμα ελεύθερου σώματος**.



Σχήμα 1.2στ Διαγράμματα ελευθέρων σωμάτων.

Συμπερασματικά, μπορούμε να πούμε, ότι για να βρίσκεται ένα σώμα σε ισορροπία, δεν αρκεί να είναι σε ισορροπία μόνες οι δυνάμεις δράσης, αλλά θα πρέπει όλες οι δυνάμεις δράσης και αντίδρασης, να αποτελούν ένα σύστημα δυνάμεων που βρίσκεται σε ισορροπία.

Η πορεία που περιγράψαμε, είναι πρωταρχικής σημασίας για τη μελέτη των συνθηκών ισορροπίας των σωμάτων και πρέπει να πραγματοποιείται με μεγάλη προσοχή, γιατί μία λανθασμένη εκτίμηση του συστήματος των δυνάμεων που εμφανίζεται στο διάγραμμα ελεύθερου σώματος, θα μας οδηγήσει ασφαλώς σε λανθασμένα αποτελέσματα και συμπεράσματα.



ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΠΡΩΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Η δύναμη είναι το αίτιο που προκαλεί τη μεταβολή της κινητικής κατάστασης των σωμάτων. Είναι διανυσματικό μέγεθος και έχει τα χαρακτηριστικά του διανύσματος.

Οι δυνάμεις διακρίνονται σε ομοεπίπεδες, συγγραμμικές, συντρέχουσες, ομόφορες και αντίφορες.

Οι αρχές της στατικής συνοψίζονται ως εξής :

- **Πρώτη αρχή: το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων**

Η συνισταμένη δύο δυνάμεων F_1 και F_2 , που ενεργούν στο ίδιο σημείο O ενός σώματος και σχηματίζουν γωνία φ είναι η διαγώνιος του παραλληλογράμμου με πλευρές F_1 και F_2 που έχει το ίδιο σημείο εφαρμογής με τις συνιστώσες.

- **Δεύτερη αρχή: Η ισορροπία των δυνάμεων.**

Δύο δυνάμεις βρίσκονται σε ισορροπία, όταν έχουν το ίδιο μέτρο, είναι συγγραμμικές και αντίφορες .


- **Τρίτη αρχή: Μετακίνηση δύναμης στη διεύθυνσή της**

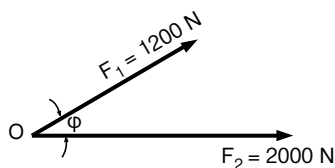
Η δράση ενός συστήματος δυνάμεων σε ένα σώμα δεν μεταβάλλεται αν προστεθεί ή αφαιρεθεί από αυτό, ένα άλλο σύστημα δυνάμεων, που βρίσκεται σε ισορροπία.


- **Τέταρτη αρχή: Δράσης - αντίδρασης**


Κάθε επίδραση δύναμης (δράση), επάνω σε ένα σώμα, έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία μιας άλλης δύναμης (αντίδρασης), ώστε η δράση και η αντίδραση να είναι δυνάμεις αντίθετες.

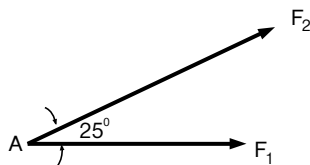
**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**


-  **1.** Να προσδιοριστεί η συνισταμένη των δυνάμεων F_1 και F_2 που ενεργούν στο κοινό σημείο O , υπό γωνία 30°



-  **2.** Να αποδειχθεί ότι η συνισταμένη των δυνάμεων $F_1 = F_2 = 2 \text{ N}$ μειώνεται από 4 N έως 0 N , όταν η γωνία υπό την οποία ενεργούν οι δυνάμεις αυξάνεται από 0° έως 180° (και παίρνει διαδοχικά τις τιμές 0° , 60° , 120° , 180°).

-  **3.** Στο σημείο A ενός σώματος ενεργούν δύο δυνάμεις 80 N και 100 N των οποίων οι διευθύνσεις σχηματίζουν γωνία 25° . Να προσδιορίσετε το μέτρο και τη διεύθυνση της συνισταμένης με τη γραφική και την αναλυτική μέθοδο.



-  **4.** Μία δύναμη μέτρου $F_1 = 20\sqrt{3} \text{ N}$ και μία δύναμη μέτρου F_2 ενεργούν στο σημείο O . Η συνισταμένη των δύο δυνάμεων έχει μέτρο $\Sigma = 20 \text{ N}$ και είναι κάθετη στη δύναμη F_1 . Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης F_2 και η γωνία της με την F_1 .

