

Θέματα 2^{ου} Μαθηματικού Διαγωνισμού «Θ Α Βαρόπουλος»

μαθητών Α' τάξης Γυμνασίων Αιτωλοακαρνανίας

1. Δίνονται οι φυσικοί αριθμοί α, β, γ και δ για τους οποίους ισχύουν οι σχέσεις:

$$\alpha + \beta = 17, \quad \beta - \gamma = 11 \quad \text{και} \quad \gamma + \delta = 19.$$

Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $x = 11\alpha + 13\beta + 6\gamma + 8\delta$ είναι τέλειο τετράγωνο φυσικού αριθμού.

2. Δίνονται οι αριθμοί $a = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{2015}{2016} + \frac{2016}{2017}$ και

$$\beta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2016} + \frac{1}{2017}.$$

- i. Να συγκριθούν οι αριθμοί a και β .
ii. Να βρείτε το άθροισμα $a + \beta$.
3. Αν ο φυσικός αριθμός κ , είναι πρώτος και διαιρέτης του μέγιστου κοινού διαιρέτη των αριθμών 24, 36, 162, να βρείτε τις δυνατές τιμές του κ , καθώς επίσης και του αριθμού

$$A = \frac{\frac{\kappa}{4} + 1}{3 - \frac{\kappa}{2}} : \frac{24 - 8\kappa}{5\kappa}$$

4. Δίνονται οι αντικείμενες ημιευθείες $O\psi$ και $O\chi$. Φέρνουμε τις ημιευθείες $O\kappa$ και $O\lambda$ και σχηματίζουμε τις διαδοχικές γωνίες $\widehat{\psi O \kappa} = \hat{\alpha}$, $\widehat{\kappa O \lambda} = \hat{\beta}$, $\widehat{\lambda O \chi} = \hat{\gamma}$. Αν τα μέτρα των γωνιών $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$ είναι ανάλογα των αριθμών 10, 5 και 3 αντίστοιχα να βρείτε τα μέτρα των γωνιών $\hat{\alpha} - \hat{\beta}$ και $\hat{\beta} - \hat{\gamma}$.

Καλή επιτυχία

Παράρτημα Αιτωλοακαρνανίας Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας

• Σαλάκου και Δαγκλή, Αγρίνιο • ☎ 2641033375, 26410567777, 6973538272 •

mail@eme.ait.sch.gr • <http://blogs.sch.gr/emeait/>