

ΠΡΟΣΘΕΣΗ - ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΡΗΤΩΝ**📌 Ασκήσεις**

- 1) Να βρείτε τους ακεραίους, οι οποίοι έχουν απόλυτη τιμή μικρότερη ή ίση του 3.
- 2) Να βρείτε τους ακεραίους, οι οποίοι έχουν απόλυτη τιμή μεγαλύτερη του 2.
- 3) Η απόσταση δύο αντίθετων αριθμών πάνω στον άξονα είναι 7 μονάδες. Να βρεθούν οι αριθμοί αυτοί.
- 4) Να βρείτε το πρόσημο του αριθμού a , όταν:
 - ι) $|a| = a$ ιι) $|a| = -a$
- 5) Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα:
 - ι) $\left(-\frac{1}{4}\right) + \left(+\frac{2}{3}\right)$ ιι) $\left(+\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{5}{2}\right)$
 - ιιι) $\left(-2\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right)$ ιιιι) $0 + \left(-\frac{6}{7}\right)$
 - ιιιι) $\left(-\frac{1}{5}\right) + (+0,2)$ ιιιιι) $\left(+3\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{7}{2}\right)$
- 6) Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα:
 - ι) $(-8) + (+6) + (-2) + (+8) + (-6) + (-4)$
 - ιι) $(-0,5) + \left(+\frac{1}{2}\right) + (-5) + (-0,8) + \left(-\frac{2}{5}\right)$
 - ιιι) $(-2,7) + \left(+3\frac{1}{2}\right) + (-0,1) + (-0,2) + \left(+\frac{3}{10}\right)$
 - ιιιι) $\left(-\frac{5}{4}\right) + \left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-2\frac{1}{6}\right) + \left(+3\frac{1}{2}\right) + \left(+2\frac{1}{6}\right)$
- 7) Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:
 - ι) $-2 + 5 - 7 + 8 - 9 + 2$
 - ιι) $-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6$
 - ιιι) $1,2 - 2,1 + 3,2 - 4,3 + 5$
 - ιιιι) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{4}{3}$
- 8) Αν $\kappa = -2$, $\lambda = +1$ και $\mu = +3$, να βρείτε τα αθροίσματα:
 - α) $\kappa + \lambda$ β) $\lambda + \mu$ γ) $(\kappa + \lambda) + \mu$ δ) $\kappa + (\lambda + \mu)$
 τι παρατηρείτε;

9) Να βρείτε τον α στις παρακάτω ισότητες:

α) $(-17) + (+8) + (-1) + a = 0$

β) $(-6) + (+2) + (-5) + (-a) = 0$

10) Δίνονται τα ζεύγη των αριθμών:

α) $x = 7$ και $y = 2$

β) $x = -7$ και $y = -2$

γ) $x = -7$ και $y = 2$

δ) $x = 7$ και $y = -2$

ι) να υπολογίσετε τα αθροίσματα $|x + y|$ και $|x| + |y|$

ιι) να βάλετε το κατάλληλο σύμβολο $<$ ή $=$ μεταξύ των παραπάνω αθροισμάτων

ιιι) ποιο είναι το συμπέρασμά σας;

11) Να βρείτε τις διαφορές:

ι) $\left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{3}{4}\right)$

ιι) $\left(-\frac{5}{4}\right) - \left(+\frac{4}{5}\right)$

ιιι) $(-0,2) - (-3,6)$

ιιιι) $(-0,01) - (+0,1)$

ιv) $\left(+2\frac{1}{3}\right) - \left(-1\frac{1}{4}\right)$

ιvι) $\left(-2\frac{1}{4}\right) - \left(-4\frac{1}{2}\right)$

12) Να υπολογίσετε τα εξαγόμενα:

ι) $6 - (-7) - (+8) - (-9)$

ιι) $12 + (-8) - (-5) - (-6)$

ιιι) $(-3) - (+5) + (-7) - (-4)$

ιιιι) $(-13) - (+17) - (-21) - (+8)$

ιv) $-(-5) - (-3) - (+5)$

ιvι) $- (+5) - (-7) - (-6)$

ιvιι) $-(-2) + (-3) - (+2) - (+7)$

ιvιιι) $-0,75 - (+2,1) + (-7,135) - (-5,36)$

ιx) $\left(-\frac{3}{4}\right) - \left(+\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right) - \left(+\frac{1}{12}\right)$

ιxι) $\left(-\frac{1}{3}\right) - \left(+\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{11}{2}\right)$

13) Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

ι) $x - \left(+\frac{7}{3}\right) = -1$

ιι) $\left(-\frac{1}{3}\right) + x = -2$

ιιι) $x - \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{3}$

ιιιι) $x + \left(-\frac{3}{10}\right) = -\frac{1}{5}$

14) Αν $\kappa = -\frac{3}{4}$, $\lambda = -2\frac{1}{3}$ και $\mu = -4$, να βρείτε τα:

ι) $\kappa - \lambda$

ιι) $\lambda - \mu$

ιιι) $\kappa - \lambda - \mu$

ιιv) $\lambda - \kappa + \mu$

15) Αν $\alpha = -1$, $\beta = 1\frac{1}{2}$ και $\gamma = -3$, να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

A = $(\alpha - \beta) + (\beta - \gamma) + (\gamma - \alpha)$

B = $(\alpha + \beta - \gamma) - (\beta - \alpha - \gamma)$

Γ = $(\alpha + \gamma) - (\beta + \alpha) - (\alpha - \beta)$

16) Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$\text{i)} -3 - (8 - 7) + \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)$$

$$\text{ii)} -\frac{1}{2} - \left[2 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)\right] - \left(1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}\right)$$

17) Αν $\alpha = -3$ και $\beta = -\frac{1}{2}$ να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

$$\text{i)} A = \alpha - (-3 + \beta) - (5 - \alpha)$$

$$\text{ii)} B = (\alpha - \beta) - [-4 - (\alpha + \beta) - \beta] - \alpha$$

18) Να κάνετε απαλοιφή παρενθέσεων και αγκυλών στις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = (\alpha + \beta) - (\gamma + \delta)$$

$$B = (\alpha - \beta) - (\gamma - \delta)$$

$$\Gamma = \alpha - (-\beta + \gamma - \delta)$$

$$\Delta = \alpha - [(\beta - \gamma) + \alpha] - (\gamma - \beta) + (\alpha - \gamma)$$

$$E = \alpha + (\beta - \gamma) - [-\delta - (\alpha - \beta) + \gamma] - (\delta - \gamma)$$

19) Αν $x = 2 - 4 + 3 - 7$, $y = -7 - 2 + 3 - 4$ και $z = x - y$, να συγκρίνετε τις παραστάσεις: $A = x + y - z$ και $B = x - y - z$.

20) Να απλοποιήσετε, όπου είναι αναγκαίο, την γραφή των παρακάτω παραστάσεων και να υπολογίσετε την τιμή τους:

$$A = (-8) - (-7) + (-3) - (-9) - (+5) - (-12)$$

$$B = \frac{1}{2} - \left[-\left(\frac{5}{4} - \frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{4}{3} - \frac{1}{6}\right) \right] - \left(2 + \frac{1}{2}\right)$$

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ – ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΡΗΤΩΝ**Ασκήσεις**

1) Να υπολογιστούν οι παρακάτω παραστάσεις:

$$\text{i) } \left[\left(-\frac{1}{2} \right) + \left(-\frac{2}{3} \right) \right] \cdot \left[(-2) + \left(-\frac{3}{2} \right) \right] \qquad \text{ii) } \left[-3 + \left(-\frac{3}{2} \right) \left(-\frac{5}{4} \right) + 4 \right] \left(-\frac{16}{15} \right)$$

$$\text{iii) } \left(-1 + \frac{3}{2} - \frac{5}{3} \right) \left(-2 + \frac{1}{2} \right)$$

2) Να γράψετε σε πιο απλή μορφή (να κάνετε τις πράξεις) την παράσταση

$$A = 8 + 3x + 6(x - 3) + 11. \text{ Στην συνέχεια να βρείτε την τιμή της όταν}$$

$$\text{i) } x = -1$$

$$\text{ii) } x = 1/8$$

3) Να βρείτε τους αντίστροφους των αριθμών $-1, 0.4, -1/3, -7/4, 1, 0, -2.5$

4) Να βρείτε τους αντίθετους των αριθμών $-2, -(-2), 3x, -4x$. Ποιοι είναι οι αντίστροφοί τους;

5) Να κάνετε τις πράξεις στις παρακάτω παραστάσεις:

$$\text{i) } 3(x - y) - 4(x - 2) + 3(y + 2)$$

$$\text{ii) } 5(a + \beta + \gamma) - 3(a - \gamma) - 4(\beta + \gamma)$$

$$\text{iii) } -(a - \beta)\gamma + (-\gamma + \beta)a$$

$$\text{iv) } a(x - y) + (y - a)x$$

$$\text{v) } -9x(-3y + 4z) + (-7y - 8z)5x$$

6) Ποιο είναι το συμπέρασμά σας για το πρόσημο των ρητών x, y αν

$$\text{i) } xy > 0$$

$$\text{ii) } xy < 0$$

7) Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

$$\text{i) } (\dots 8)(-2)(\dots 3) = -48$$

$$\text{ii) } (\dots 1)(-3)(+5) = +15$$

$$\text{iii) } (\dots 2) \left(-\frac{1}{2} \right) (-5) \left(\dots \frac{2}{3} \right) 0,1 = +\dots$$

$$\text{iv) } (\dots 6) \left(+\frac{1}{4} \right) (\dots 0,2) = -\dots$$

8) Αν $a=-2, \beta=3$ και $\gamma=-4$ να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = (a - \beta)(\beta - \gamma)(\gamma - a) \text{ και } B = \tau a(\tau - a)(\tau - \beta)(\tau - \gamma), \text{ όπου } \tau = \frac{1}{2}(a + \beta + \gamma)$$

9) Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$\text{i) } \frac{1}{3}x = 1$$

$$\text{ii) } \left(-\frac{3}{4} \right)x = 1$$

$$\text{iii) } \left(-\frac{5}{7} \right)x = -1$$

$$\text{iv) } \left(-\frac{6}{5} \right)x = \frac{6}{5}$$

10) Να βρείτε ποιοι από τους αριθμούς α , β , γ , χ , ψ , ω είναι θετικοί, αρνητικοί και ποιοι μηδέν αν είναι:

$$\text{i)} (-7)(-2)\alpha = +7$$

$$\text{ii)} \left(-\frac{3}{4}\right)\beta(-2) = 0$$

$$\text{iii)} (-2)(-3)\gamma(-3) = +18$$

$$\text{iv)} (-1)(-1)(-1)\chi = 1$$

$$\text{v)} \gamma\left(-\frac{3}{4}\right)(-0,2) < 0$$

$$\text{vi)} \left(-\frac{1}{2}\right)(-\omega)(-0,1)(-3) < 0$$

11) Να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A = (-2) + (-3) : (-1) - (-7),$$

$$B = [3(-2) - (-8)](-7) - (-2)(-5) + 3 : (-1)$$

$$\Gamma = \frac{(-1)(-2) + (-3)(-4) - (-2)(-3)}{(-2)(-3) : (-1) - (-3)(-2) : (-6) + (-2)}$$

$$\Delta = (-5 + 2) - \left(-2 + \frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) + \left[-\frac{5}{8}\left(-\frac{8}{6}\right) + 1\right] : \left(-\frac{11}{3}\right)$$

$$E = \left(-\frac{5}{3}\right) : \left(-\frac{11}{6}\right) + \left(-\frac{10}{3}\right) : \left(+\frac{2}{9}\right) - 15 : (-1)$$

$$H = [-4(-2) + (-3)(+6)] : [0,4(-0,2) - 0,3(-0,4)]$$

12) Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\text{i)} -7x = -21$$

$$\text{ii)} -6x = 18$$

$$\text{iii)} x(-4) = 28$$

$$\text{iv)} \frac{1}{4}x = -\frac{1}{4}$$

$$\text{v)} \frac{x}{-3} = 15$$

$$\text{vi)} x : (-5) = -25$$

$$\text{vii)} \frac{-10}{x} = 5$$

$$\text{viii)} -21 : x = 7$$

13) Θεωρούμε την παράσταση $A = \frac{\alpha + \beta}{\beta}$ με $\beta \neq 0$

$$\text{i)} \text{ να αποδείξετε ότι } A = \frac{\alpha}{\beta} + 1$$

$$\text{ii)} \text{ αν } \frac{\alpha}{\beta} = -3, \text{ να αποδείξετε ότι η τιμή της παράστασης } -\frac{1}{2}A + 2 : A \text{ είναι μηδέν.}$$

14) Να κάνετε τις πράξεις:

$$\text{i)} [0 : \alpha - \alpha(-1)] : (\alpha : \alpha), \alpha \neq 0$$

$$\text{ii)} [\alpha : 1 - \alpha(-1)] : 2\alpha$$

$$\text{iii)} [(\alpha : \alpha) - \alpha : (-\alpha)] : [(-1)\alpha - \alpha]$$

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΡΗΤΩΝ

Ασκήσεις

1) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $-1^3 + (-1)^3$ ii) $-2^3 - (-2)^3$ iii) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 - \left(\frac{1}{-2}\right)^4$

2) Να γράψετε με την μορφή δύναμης ή δυνάμεων τις παρακάτω παραστάσεις και στην συνέχεια να προσδιορίσετε το πρόσημό τους:

i) $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 \left[\left(-\frac{3}{2}\right)^4\right]^5 : \left(-\frac{3}{2}\right)$ ii) $(6^5 6^7) : 6^3$
 iii) $(-3)^4 [(-3)^3]^2 : (-3)^8$ iv) $3^4 2^3 5^3 (3^2)^3 5^2 2^7$
 v) $(-a)^4 (-a)(-a)^3$ vi) $(-a^3)(-a)(-a^5)$

3) Να εκφράσετε τα αποτελέσματα των παρακάτω παραστάσεων ως μια δύναμη:

$A = 3^2 + 3^2 + 3^2$, $B = 3 \cdot 4^2 + 4^2$, $\Gamma = 2 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^3$

4) Να κάνετε τις πράξεις:

i) $[(-3)^3 : 3 - (-2)^4 : (-2^3)]: \frac{1}{-2^3}$ ii) $(-1)^3 \left[\frac{1}{2}(-3)^2 - \frac{1}{4}(-2)^3\right] + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 : \left(-\frac{1}{9}\right) - 2$
 iii) $\frac{(-1)^3 + (-3)^3}{-5} - \frac{(-1)^2 + (-2)^3 + (-1)^3}{-2^2}$ iv) $\{(-7)^3 [-(-7^2)^3]^2\} : (-49) [-(-7)^2] - (-7^{11})$
 v) $\frac{-6^5}{2(-3)^3} - \frac{12^2}{(-2 \cdot 3)^2} \cdot 9 + \frac{1}{6}$

5) Αν $x = -1$ και $y = 2$, να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

$A = (x + y)^2$, $B = x^2 + y^2$ και $\Gamma = x^2 + 2xy + y^2$. Τι παρατηρείτε;

6) Αν $x = -1$ και $y = 3$, να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

$A = (x + 1)^2 + (x + 2)^3 + (x + 3)^4$,
 $B = (x + y)^2 - (x^2 + 2xy + y^2)$,
 $\Gamma = x^3 - y^3 - (x - y)(x^2 + xy + y^2)$ και
 $\Delta = x^3 + y^3 - (x + y)(x^2 - xy + y^2)$.

7) Να γίνουν οι πράξεις:

i) $3^{-5} 2^4 3^3 2^{-6}$ ii) $6^{-4} 49^{-1} 4^{-10} 4^9 7^2 6^6$
 iii) $(-2)^{-2} (-2)^{-3} 8^{-1}$ iv) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} 8$

8) Να βρεθεί η τιμή των παραστάσεων:

$$A = 2^{x-4} - 6 \cdot 4^{x-3} + 1^{x-2} - 5^{x-1}, \text{ αν } x = 1$$

$$B = 2 \cdot x^{-2} - 2^{-x} + x^x - 3(-1)^{-1}, \text{ αν } x = -2$$

$$\Gamma = (x + 4)2^{x-2} - 3 \cdot 3^{x+1} + 6 \cdot 3^{x-4} \text{ αν } x = 0$$

$$\Delta = (-1)^{-1} + 2(-2)^{-2} - 3(-3)^{-3}$$

9) Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = \left(-\frac{1}{2}\right)^{x-4} + \left(-\frac{1}{3}\right)^{x-3} + \left(-\frac{1}{5}\right)^{x-2} + (-1)^{x-1} - (-1)^x \text{ όταν } x = 1$$

$$B = \left(-\frac{1}{3}\right)^{x-3} + \left(-\frac{1}{5}\right)^{x-2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{x-1}, \text{ όταν } x = 1$$

10) Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις ως δυνάμεις με βάση το a ($a \neq 0$)

i) $(a^{-2})^3$

ii) $(a^{-1}a^{-2})^{-3}$

iii) $\left(\frac{a}{a^2}\right)^{-2}$

iv) $[(a^2)^{-2}]^5 : (a^4a)^3$

11) Δίνονται οι παρακάτω δυνάμεις: $(-a^2)^{-5}$, $(-a^5)^{-2}$, $(-a^{-5})^{-2}$

i) να βρείτε πότε ορίζονται οι δυνάμεις

ii) να βρείτε τα πρόσημά τους

iii) ποιες από αυτές παριστάνουν αριθμούς αντίθετους και ποιες αριθμούς αντίστροφους;