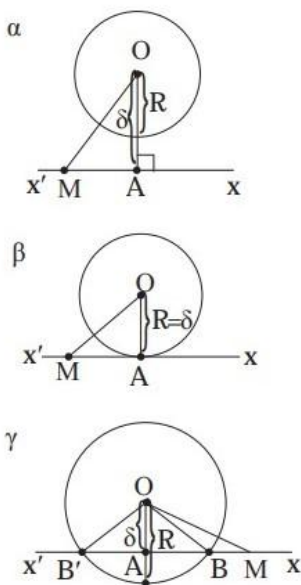


Ευθεία και κύκλος

3.14 Σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου



Θεωρούμε έναν κύκλο (O, R) μια ευθεία $x'x$ και την απόσταση $\delta = OA$ του κέντρου O από την $x'x$.

• Έστω $\delta > R$. Τότε το A είναι εξωτερικό σημείο του κύκλου, οπότε και κάθε άλλο σημείο M της ευθείας είναι εξωτερικό, αφού $OM > OA > R$. Επομένως, η $x'x$ δεν έχει **κανένα κοινό σημείο** με τον κύκλο και λέγεται **εξωτερική** ευθεία του κύκλου. (σχήμα α)

• Έστω $\delta = R$. Τότε το A είναι κοινό σημείο της ευθείας με τον κύκλο, ενώ κάθε άλλο σημείο M της $x'x$ είναι εξωτερικό σημείο του (O, R) , αφού $OM > OA = R$. Επομένως, η $x'x$ έχει **ένα μόνο κοινό σημείο** με τον κύκλο και λέγεται **εφαπτομένη** του κύκλου στο σημείο A . Το σημείο A λέγεται **σημείο επαφής** της ευθείας με τον κύκλο. Επίσης, στην περίπτωση αυτή λέμε ότι η ευθεία $x'x$ **εφάπτεται** του κύκλου (O, R) στο σημείο A . (σχήμα β)

- Η ακτίνα που καταλήγει στο σημείο επαφής είναι κάθετη στην εφαπτομένη.
- Η εφαπτομένη του κύκλου σε κάθε σημείο του είναι μοναδική.

• Έστω $\delta < R$. Τότε το A είναι εσωτερικό σημείο του κύκλου. Πάνω στην ημιευθεία Ax θεωρούμε ένα σημείο M , ώστε $AM = R$. Τότε το M είναι εξωτερικό σημείο του κύκλου, αφού $OM > AM = R$. Έτσι η ημιευθεία Ax , αφού διέρχεται από ένα εσωτερικό σημείο, το A , και ένα εξωτερικό, το M , είναι φανερό ότι έχει ένα μοναδικό κοινό σημείο με τον κύκλο, το B . Όμοια και η ημιευθεία Ax' έχει ένα κοινό σημείο με τον κύκλο, το B' .

Επομένως, η $x'x$ έχει **δύο κοινά σημεία** με τον κύκλο. Στην περίπτωση αυτή η ευθεία $x'x$, λέγεται **τέμνουσα του κύκλου** και τα κοινά της σημεία με τον κύκλο λέγονται σημεία **τομής** της με τον κύκλο. Επίσης λέμε ότι η ευθεία **τέμνει** τον κύκλο. (σχήμα γ)

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

- $\delta > R \Leftrightarrow$ η ευθεία δεν έχει κοινά σημεία με τον κύκλο.
- $\delta = R \Leftrightarrow$ η ευθεία έχει ένα μόνο κοινό σημείο με τον κύκλο.
- $\delta < R \Leftrightarrow$ η ευθεία έχει δύο κοινά σημεία με τον κύκλο.

Θεώρημα 1

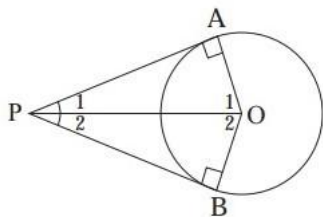
Μια ευθεία και ένας κύκλος έχουν το πολύ δύο κοινά σημεία.

3.15 Εφαπτόμενα τμήματα

Θεώρημα 2

Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους.

Απόδειξη



Τα τμήματα PA και PB λέγονται **εφαπτόμενα τμήματα** του κύκλου από το σημείο P και η ευθεία PO **διακεντρική ευθεία** του σημείου P.

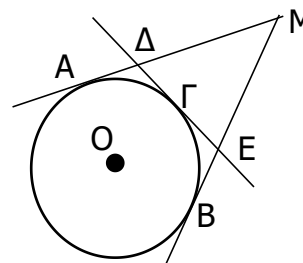
Πόρισμα

Αν P είναι ένα εξωτερικό σημείο ενός κύκλου, τότε η διακεντρική ευθεία του:

- i) είναι μεσοκάθετος της χορδής του κύκλου με άκρα τα σημεία επαφής,
- ii) διχοτομεί τη γωνία των εφαπτόμενων τμημάτων και τη γωνία των ακτίνων που καταλήγουν στα σημεία επαφής .

Παραδείγματα

1. Στο διπλανό σχήμα οι MA , MB και ΔE είναι εφαπτόμενες του κύκλου με κέντρο O. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου ΔME είναι ίση με MA + MB.



Λύση

2. Αποδεικτικές Ασκήσεις 2 (σελ.69)

Από σημείο M εξωτερικό του κύκλου (O,R) φέρουμε τις εφαπτόμενες MA, MB του κύκλου. Προεκτείνουμε το OB κατά ίσο τμήμα BΓ. Να αποδείξετε ότι η γωνία $\widehat{A\hat{M}\Gamma}$ είναι τριπλάσια της $\widehat{B\hat{M}\Gamma}$.

Λύση

Ασκήσεις Εμπέδωσης: 1, 2 (σελ.69)