

3.5 Ύπαρξη και μοναδικότητα καθέτου

Θεώρημα

Από σημείο εκτός ευθείας διέρχεται **μοναδική** κάθετος στην ευθεία.

3.6 Κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων

- Δύο ορθογώνια τρίγωνα, που έχουν τις **κάθετες** πλευρές τους **ίσες** μία προς μία, είναι **ίσα**.
- Δύο ορθογώνια τρίγωνα, που έχουν **μια κάθετη** πλευρά και την **προσκειμένη** σε αυτή **οξεία γωνία** ίσες μία προς μία, είναι **ίσα**.

Θεώρημα 1

Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν την **υποτείνουσα** και μία **οξεία γωνία** αντίστοιχα ίσες μία προς μία, τότε είναι **ίσα**.

Θεώρημα 2

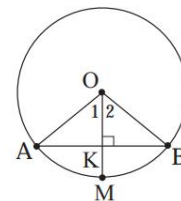
Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν την **υποτείνουσα** και μία **κάθετη πλευρά** αντίστοιχα ίσες μία προς μία, τότε είναι **ίσα**.

Πόρισμα 1

Το **ύψος** **ισοσκελούς** τριγώνου που αντιστοιχεί στη βάση είναι **διάμεσος** και **διχοτόμος** της γωνίας της κορυφής.

Πόρισμα 2

Η κάθετος που φέρεται από το κέντρο ενός κύκλου προς μια χορδή του διχοτομεί τη χορδή και το αντίστοιχο τόξο της.



Δηλ.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

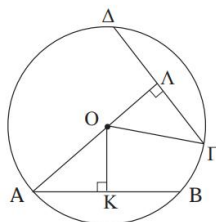
Όλες οι παραπάνω περιπτώσεις ισότητας ορθογωνίων τριγώνων διατυπώνονται συνοπτικά ως εξής:

Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν:

- Δύο **ομόλογες** πλευρές τους **ίσες** μία προς μία.
- **Μία** πλευρά και την **προσκειμένη** σε αυτή **οξεία γωνία** αντίστοιχα **ίσες** μία προς μία.

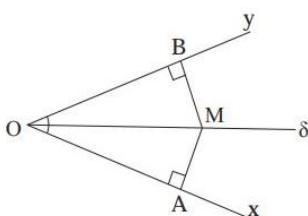
Θεώρημα 3

Δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες **αν και μόνο αν** τα αποστήματά τους είναι ίσα.



Δηλ.

Θεώρημα 4



Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας **ισαπέχει** από τις πλευρές της και **αντίστροφα** κάθε εσωτερικό σημείο της γωνίας που **ισαπέχει** από τις πλευρές είναι σημείο της διχοτόμου.

Δηλ.

Άρα: Η διχοτόμος μιας γωνίας είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που ισαπέχουν από τις πλευρές της.

Παραδείγματα

1. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $AB < A\Gamma$, η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας \hat{A} και επίσης $BE \perp A\Delta$. Αν η BE τέμνει την $A\Gamma$ στο K , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABK είναι ισοσκελές.

Λύση

2. Δύο οξυγώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ έχουν $\hat{A} = \hat{A}'$, $\nu_{\alpha} = \nu_{\alpha'}$ και $\nu_{\beta} = \nu_{\beta'}$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα είναι ίσα.

Λύση

3.Αποδεικτικές Ασκήσεις 4 (σελ.54)

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 1\text{L}$) και η διχοτόμος του $B\Delta$. Από το Δ φέρουμε $\Delta E \perp B\Gamma$, που τέμνει την AB στο Z . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Gamma Z$ είναι ισοσκελές.

Λύση