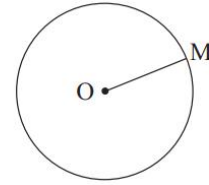


**3.7 Κύκλος- Μεσοκάθετος - Διχοτόμος (Γεωμετρικοί τόποι)**

Γεωμετρικός τόπος λέγεται το σύνολο όλων των σημείων που έχουν μια (κοινή) χαρακτηριστική ιδιότητα.

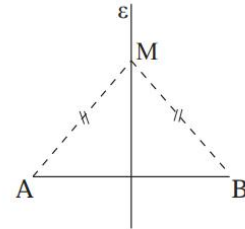
Επομένως:

- ο **κύκλος** (σχ.33) είναι ένας γεωμετρικός τόπος, αφού όλα τα σημεία του και μόνον αυτά έχουν την ιδιότητα να απέχουν μια ορισμένη απόσταση από ένα σταθερό σημείο.



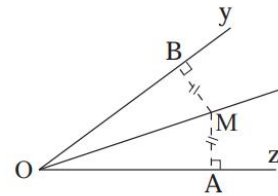
Σχήμα 33

- η **μεσοκάθετος** ενός τμήματος (σχ.34) είναι επίσης ένας γεωμετρικός τόπος, αφού όλα τα σημεία της και μόνον αυτά έχουν την ιδιότητα να ισαπέχουν από τα άκρα του τμήματος.



Σχήμα 34

- η **διχοτόμος** μιας γωνίας (σχ.35) είναι ένας άλλος γεωμετρικός τόπος, αφού όλα τα σημεία της και μόνον αυτά (από τα σημεία της γωνίας) ισαπέχουν από τις πλευρές της γωνίας.

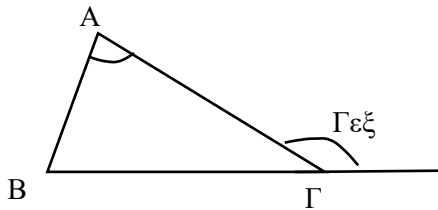


Σχήμα 35

**3.10 Σχέση εξωτερικής και απέναντι γωνίας**

**Θεώρημα**

Κάθε **εξωτερική** γωνία ενός τριγώνου είναι **μεγαλύτερη** από καθεμία από τις απέναντι γωνίες του τριγώνου. Δηλ.  $\widehat{\Gamma\epsilon\xi} > \widehat{A}$  και  $\widehat{\Gamma\epsilon\xi} > \widehat{B}$  .....



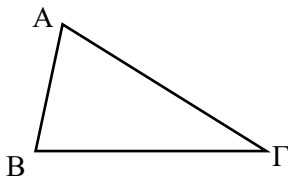
**Πορίσματα**

- Κάθε τρίγωνο έχει **το πολύ μια** γωνία **ορθή** ή **αμβλεία**.
- Το άθροισμα δύο γωνιών κάθε τριγώνου είναι **μικρότερο** των  $180^\circ$ .

**3.11 Ανισοτικές σχέσεις πλευρών και γωνιών**

**Θεώρημα**

Σε κάθε τρίγωνο απέναντι από άνισες πλευρές βρίσκονται όμοια άνισες γωνίες και αντίστροφα.



Δηλ. Αν  $AB < A\Gamma$  τότε ..... και αντίστροφως.

Αν ..... τότε .....

Πορίσματα

- i) Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι ορθή ή αμβλεία, τότε η απέναντι πλευρά της είναι η μεγαλύτερη πλευρά του τριγώνου.  
 ii) Αν ένα τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες, τότε είναι ισοσκελές.  
 iii) Αν ένα τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες του ίσες, τότε είναι ισόπλευρο.

● Τριγωνική ανισότηταΘεώρημα

Κάθε πλευρά τριγώνου είναι μικρότερη από το άθροισμα των δύο άλλων και μεγαλύτερη από το απόλυτο της διαφοράς τους. Δηλαδή:

$$|\beta - \gamma| < \alpha < \beta + \gamma$$

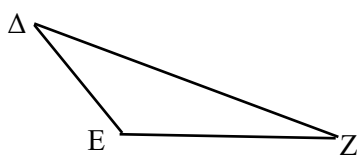
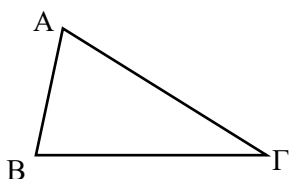
Γενικότερα ισχύει: Το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι μικρότερο από κάθε τεθλασμένη γραμμή που έχει άκρα τα A και B.

Πόρισμα

Κάθε χορδή κύκλου είναι μικρότερη ή ίση της διαμέτρου.

Χρήσιμες προτάσεις:

- i. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες και τις περιεχόμενες γωνίες άνισες, τότε και οι τρίτες πλευρές θα είναι όμοια άνισες και αντίστροφα.



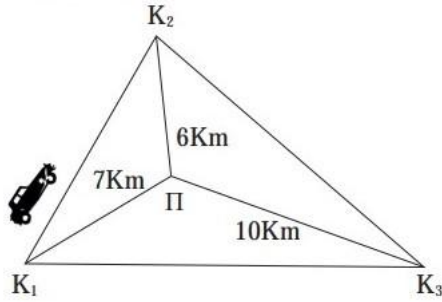
Δηλ. Αν  $AB = \Delta E$ ,  $B\Gamma = EZ$  και  $\hat{A} < \hat{E}$   
 τότε ..... και αντιστρόφως:  
 Αν  $AB = \Delta E$ ,  $B\Gamma = EZ$  και .....  
 τότε .....

- ii. Αν M είναι εσωτερικό σημείο τριγώνου ABΓ ισχύει:  $MB + M\Gamma < AB + A\Gamma$

Παραδείγματα1. Ασκήσεις Εμπέδωσης 6 (σελ.63)

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ( $\hat{A} = 90^\circ$ ), η διχοτόμος της γωνίας  $\hat{\Gamma}$  τέμνει την πλευρά AB στο Δ. Να αποδείξετε ότι  $A\Delta < \Delta B$

Λύση

2. Ασκήσεις Εμπέδωσης 10 (σελ.63)

Οι κωμοπόλεις  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  απέχουν από την πόλη  $\Pi$  (διπλανό σχήμα), αποστάσεις 7, 6 και 10 km αντίστοιχα. Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από την κωμόπολη  $K_1$  και ακολουθώντας τη διαδρομή  $K_1K_2K_3K_1$  επιστρέφει στην  $K_1$ . Ο χιλιομετρητής του γράφει ότι για αυτή τη διαδρομή διήνυσε απόσταση 48 km. Είναι αυτό δυνατόν; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Λύση

3. Αποδεικτικές Ασκήσεις 2 (σελ.64)

Έστω τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB < A\Gamma$  και  $M$  το μέσο της  $B\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι  $\widehat{A\Gamma M} > \widehat{A\Gamma B}$ .

Λύση