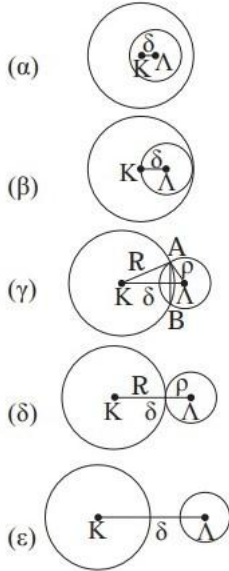


**Σχετικές θέσεις δύο κύκλων**

➤ Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα κέντρα δύο κύκλων λέγεται **διάκεντρος** των δύο κύκλων και συμβολίζεται με  $\delta$ .



► **Κύκλοι χωρίς κοινά σημεία**

- i) Ο κύκλος  $(\Lambda, \rho)$  βρίσκεται στο **εσωτερικό** του  $(K, R)$ , αν και μόνο αν  $\delta < R - \rho$  (σχ.α).
- ii) Οι κύκλοι  $(K, R)$  και  $(\Lambda, \rho)$  βρίσκεται ο ένας στο **εξωτερικό** του άλλου, αν και μόνο αν  $\delta > R + \rho$  (σχ.ε).

► **Εφαπτόμενοι κύκλοι**

- i) Οι κύκλοι **εφάπτονται εσωτερικά**, δηλαδή έχουν **ένα** κοινό σημείο και ο κύκλος  $(\Lambda, \rho)$  βρίσκεται στο εσωτερικό του  $(K, R)$ , αν και μόνο αν  $\delta = R - \rho$  (σχ.β).
- ii) Οι κύκλοι **εφάπτονται εξωτερικά**, δηλαδή έχουν **ένα** κοινό σημείο και ο ένας βρίσκεται στο εξωτερικό του άλλου, αν και μόνο αν  $\delta = R + \rho$  (σχ.δ)

Το κοινό σημείο δύο εφαπτόμενων κύκλων λέγεται **σημείο επαφής** και είναι σημείο της διακέντρου.

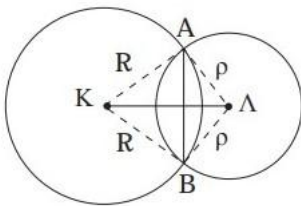
► **Τεμνόμενοι κύκλοι**

Οι κύκλοι **τέμνονται**, δηλ. έχουν **δύο** κοινά σημεία, αν και μόνο αν  $R - \rho < \delta < R + \rho$  (σχ.γ). Το ευθύγραμμο τμήμα AB που ενώνει τα κοινά σημεία λέγεται **κοινή χορδή** των δύο κύκλων.

**Θεώρημα**

Η διάκεντρος δύο τεμνόμενων κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής τους .

Απόδειξη



-----

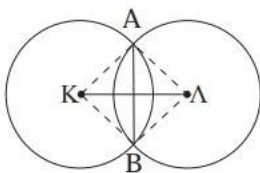
-----

-----

-----

**ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ**

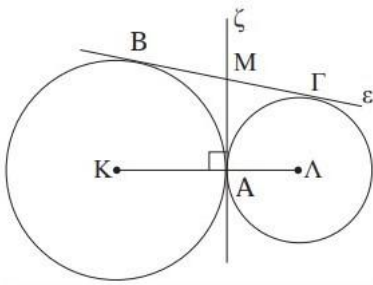
Στην περίπτωση που οι τεμνόμενοι κύκλοι  $(K, R)$  και  $(\Lambda, \rho)$  είναι ίσοι, δηλαδή έχουν  $R = \rho$ , τότε και η κοινή χορδή είναι μεσοκάθετος της διακέντρου.



Πράγματι, επειδή  $R = \rho$ , θα είναι  $AK = AL$  και  $BK = BL$ . Άρα τα A και B είναι σημεία της μεσοκαθέτου του KΛ και επομένως η κοινή χορδή AB είναι μεσοκάθετος της διακέντρου KΛ.

Παραδείγματα

1.



Δύο κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά στο A. Μία ευθεία ε εφάπτεται και στους δύο κύκλους στα B, Γ αντίστοιχα.

Να αποδειχθεί ότι:

i) Η εφαπτομένη ζ του ενός κύκλου στο A είναι και εφαπτομένη του άλλου.

ii) Η ευθεία ζ διχοτομεί το τμήμα ΒΓ.

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ΣΧΟΛΙΟ**

Η ευθεία ε του παραπάνω σχήματος, που εφάπτεται και στους δύο κύκλους και τους αφήνει προς το ίδιο μέρος της λέγεται **κοινή εξωτερική εφαπτομένη**, ενώ η ευθεία ζ που έχει τους κύκλους στους οποίους εφάπτεται εκατέρωθεν αυτής λέγεται **κοινή εσωτερική εφαπτομένη**.

2. Αποδεικτικές Ασκήσεις 3 (σελ.72)

Ένας κύκλος κέντρου K είναι εξωτερικός ενός άλλου κύκλου κέντρου Λ. Μια κοινή εξωτερική εφαπτομένη και μια κοινή εσωτερική εφαπτομένη των δύο κύκλων τέμνονται στο P. Να αποδείξετε ότι  $K\hat{P}\Lambda = 90^\circ$ .

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....