

Εγγεγραμμένα και Εγγράψιμα τετράπλευρα

- Εγγεγραμμένο τετράπλευρο

Ορισμός

Ένα τετράπλευρο λέγεται εγγεγραμμένο σε κύκλο, αν οι κορυφές του είναι σημεία του κύκλου.

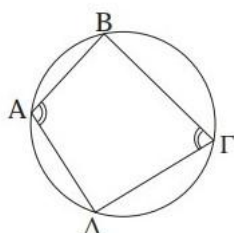
Ο κύκλος στον οποίο είναι εγγεγραμμένο ένα τετράπλευρο λέγεται **περιγεγραμμένος** κύκλος του τετραπλεύρου.

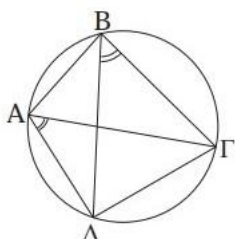
Θεώρημα

Ένα τετράπλευρο ΑΒΓΔ που είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο(Ο, R) έχει τις ακόλουθες ιδιότητες:

- Οι απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές.
- Κάθε πλευρά του φαίνεται από τις απέναντι κορυφές υπό ίσες γωνίες .

Απόδειξη





Πόρισμα

Κάθε εξωτερική γωνία ενός εγγεγραμμένου τετραπλεύρου ισούται με την απέναντι εσωτερική γωνία του.

- Εγγράψιμο τετράπλευρο

Ορισμός

Ένα τετράπλευρο λέγεται εγγράψιμο όταν μπορεί να γραφεί κύκλος που να διέρχεται και από τις τέσσερις κορυφές του.

Θεώρημα

Ένα τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι εγγράψιμο σε κύκλο, αν ισχύει μία από τις ακόλουθες προτάσεις:

- i) Δύο απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές.
- ii) Μία πλευρά του φαίνεται από τις απέναντι κορυφές υπό ίσες γωνίες.
- iii) Μία εξωτερική του γωνία ισούται με την απέναντι εσωτερική γωνία του τετραπλεύρου.

Παραδείγματα

1. Ασκήσεις Εμπέδωσης 1 (σελ.138)

Σε ένα εγγράψιμο τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι $\hat{A} = 120^\circ$ και $\beta_{\epsilon\epsilon} = 80^\circ$. Να βρείτε τις γωνίες \hat{B} , $\hat{\Gamma}$ και $\hat{\Delta}$ του τετραπλεύρου.

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

2. Αποδεικτικές ασκήσεις 1 (σελ.138)

Δύο κύκλοι τέμνονται στα σημεία Α και Β. Από τα Α και Β φέρουμε ευθείες που τέμνουν τον ένα κύκλο στα Γ και Γ' και τον άλλο στα Δ και Δ' αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $\Gamma\Gamma' // \Delta\Delta'$.

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

3. Αποδεικτικές ασκήσεις 2 (σελ.138)

Ένας κύκλος (Κ) διέρχεται από τις κορυφές Β και Γ τριγώνου ΑΒΓ και τέμνει τις πλευρές ΑΒ, ΑΓ στα σημεία Δ, Ε αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι η ΔΕ είναι παράλληλη προς την εφαπτομένη ε του περιγεγραμμένου κύκλου στο Α.

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

Ασκήσεις Εμπέδωσης: 2, 3 - Αποδεικτικές Ασκήσεις: 4 (σελ.138)