

Καθηγήτρια: Ε. Κουκόγια

Είδη παραλληλογράμων

● Ορθογώνιο

Ορισμός

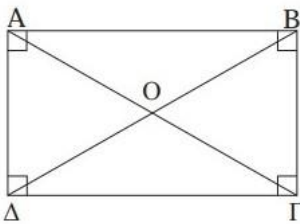
Ορθογώνιο λέγεται το **παραλληλόγραμμο** που έχει **μία** γωνία **ορθή**.

➤ Όλες οι γωνίες του παραλληλογράμμου είναι ορθές.

► Ιδιότητες ορθογωνίου

Οι διαγώνιοι του ορθογωνίου είναι ίσες .

Απόδειξη

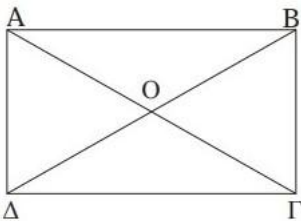


► Κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ορθογώνιο

Ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο, αν ισχύει μια από τις παρακάτω προτάσεις:

- i) Είναι **παραλληλόγραμμο** και έχει **μία ορθή** γωνία.
- ii) Είναι **παραλληλόγραμμο** και οι **διαγώνιοι** του είναι **ίσες**.
- iii) Έχει **τρεις** γωνίες **ορθές**.
- iv) **Όλες** οι γωνίες του είναι **ίσες**.

Απόδειξη



Παραδείγματα

1. Δίνεται η γωνία $\alpha O\gamma$, από τυχαίο σημείο A της πλευράς $O\gamma$ φέρνουμε την AB κάθετη στην εσωτερική διχοτόμο της γωνίας $\alpha O\gamma$ και την AG κάθετη στην εξωτερική διχοτόμο της γωνίας $\alpha O\gamma$. Να δείξετε ότι το $OBAΓ$ είναι ορθογώνιο.

Λύση

2. Ασκήσεις Εμπέδωσης 1 (σελ.108)

Σε παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ φέρουμε $AE \perp ΔΓ$ και $ΓΖ \perp AB$. Να αποδείξετε ότι το $AZΓE$ είναι ορθογώνιο.

Λύση

Ασκήσεις Εμπέδωσης: 2, 3 (σελ.109)

● Ρόμβος

Ορισμός

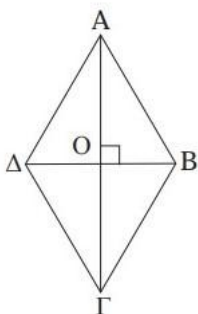
Ρόμβος λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες.

➤ Όλες οι πλευρές του ρόμβου είναι ίσες.

► Ιδιότητες του ρόμβου

- i) Οι διαγώνιοι του ρόμβου τέμνονται κάθετα.
- ii) Οι διαγώνιοι του ρόμβου διχοτομούν τις γωνίες του.

Απόδειξη

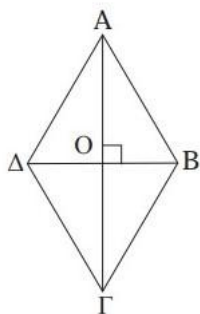


► Κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ρόμβος

Ένα τετράπλευρο είναι ρόμβος, αν ισχύει μια από τις παρακάτω προτάσεις:

- i) Έχει **όλες** τις πλευρές του **ίσες**.
- ii) Είναι **παραλληλόγραμμο** και **δύο διαδοχικές** πλευρές του είναι **ίσες**.
- iii) Είναι **παραλληλόγραμμο** και οι διαγώνιοί του τέμνο-νται **κάθετα**.
- iv) Είναι **παραλληλόγραμμο** και μία διαγώνιός του **διχοτομεί** μία γωνία του.

Απόδειξη



Παραδείγματα

1. Ασκήσεις Εμπέδωσης: 4 (σελ.109)

Λύση

2. Αποδεικτικές Ασκήσεις 1 (σελ.109)

Άσκηση

Δίνεται ρόμβος $ABΓΔ$. Επί της μεγάλης διαγωνίου $ΑΓ$ παίρνουμε δύο σημεία K και M ώστε $AK = ΓM$. Στις προεκτάσεις της $BΔ$ παίρνουμε τμήματα $BΛ = ΔN$. Να αποδειχθεί ότι το $KΛMN$ είναι ρόμβος.

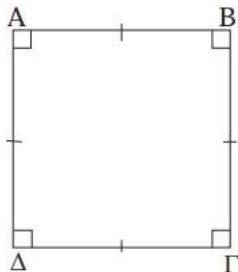
Αποδεικτικές Ασκήσεις: 3 (σελ.109)

● Τετράγωνο

Ορισμός

Τετράγωνο λέγεται το **παράλληλόγραμμο** που είναι **ορθογώνιο** και **ρόμβος**.

► Ιδιότητες τετραγώνου



Από τον ορισμό προκύπτει ότι το τετράγωνο **έχει όλες τις ιδιότητες του ορθογωνίου** και όλες τις ιδιότητες του **ρόμβου**.

Επομένως, σε κάθε τετράγωνο:

- i) Οι **απέναντι** πλευρές του είναι **παράλληλες**.
- ii) **Όλες** οι πλευρές του είναι **ίσες**.
- iii) **Όλες** οι γωνίες του είναι **ορθές**.
- iv) Οι διαγώνιοί του είναι **ίσες**, τέμνονται **κάθετα**, **διχοτομούνται** και **διχοτομούν** τις γωνίες του.

► Κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο τετράγωνο

Για να αποδείξουμε ότι ένα **τετράπλευρο** είναι **τετράγωνο**, αρκεί να αποδείξουμε ότι είναι **ορθογώνιο** και **ρόμβος**.

Αποδεικνύεται ότι ένα **παράλληλόγραμμο** είναι τετράγωνο, αν ισχύει μία από τις παρακάτω προτάσεις:

- i) Μία γωνία του είναι ορθή και δύο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες.
- ii) Μία γωνία του είναι ορθή και μία διαγώνιος του διχοτομεί μία γωνία του.
- iii) Μία γωνία του είναι ορθή και οι διαγώνιοί του κάθετες.
- iv) Οι διαγώνιοί του είναι ίσες και δύο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες.
- v) Οι διαγώνιοί του είναι ίσες και η μία διχοτομεί μία γωνία του.
- vi) Οι διαγώνιοί του είναι ίσες και κάθετες.

Παραδείγματα

1. Αποδεικτικές Ασκήσεις 2 (σελ.109)

Στις πλευρές AB και BΓ, τετραγώνου ABΓΔ παίρνουμε σημεία E και Z αντίστοιχα, ώστε $AE = BZ$. Να αποδείξετε ότι:

- i) $AZ = DE$, ii) $AZ \perp DE$.

Λύση

2. Αποδεικτικές Ασκήσεις 4 (σελ.109)

Να αποδείξετε ότι αν δύο κάθετα τμήματα έχουν τα άκρα τους στις απέναντι πλευρές τετραγώνου, τότε είναι ίσα.

Λύση

Ασκήσεις Εμπέδωσης: 5, 6 (σελ.109)