

ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗ



Σας ενημερώνουμε ότι τα ΕΚΦΕ Σερρών, Κατερίνης, Εύβοιας και Λακωνίας, με την υποστήριξη της Πανελληνίας Ένωσης Υπεύθυνων ΕΚΦΕ (ΠΑΝΕΚΦΕ), διοργανώνουν την Τετάρτη 23 Σεπτεμβρίου 2015 δράση με τίτλο «Το Πείραμα του Ερατοσθένη» για τον υπολογισμό της ακτίνας της Γης.

Το Πείραμα του Ερατοσθένη, συγκαταλέγεται μεταξύ των 10 πιο όμορφων επιστημονικών πειραμάτων στην ιστορία της Φυσικής.

Στη δράση μπορούν να συμμετέχουν ομάδες μαθητών από όλη την Ελλάδα, με την καθοδήγηση των καθηγητών τους. Οι παρατηρήσεις και οι μετρήσεις της κάθε ομάδας θα πραγματοποιηθούν στην αυλή του σχολείου της, σύμφωνα με τις οδηγίες που έχουν αναρτηθεί στην ιστοσελίδα του ΕΚΦΕ Σερρών.

Σκοπός είναι η συμμετοχή των μαθητών σε μια δραστηριότητα μεγάλου ενδιαφέροντος, η ανταλλαγή των δεδομένων και η διαθεματική προσέγγιση (κατά τη διαδικασία των παρατηρήσεων, των μετρήσεων και των υπολογισμών, οι μαθητές θα ασχοληθούν με γνωστικές διαδικασίες αρκετών σχολικών μαθημάτων όπως η Φυσική, η Γεωγραφία, τα Μαθηματικά, η Πληροφορική κλπ).

Όσοι ενδιαφέρονται να συμμετέχουν στη δράση μπορούν να συμπληρώσουν τη φόρμα στην ηλεκτρονική διεύθυνση:

<https://goo.gl/8Flg1K>

Για περισσότερες πληροφορίες επισκεφτείτε την ιστοσελίδα του ΕΚΦΕ Σερρών:

<http://ekfe.ser.sch.gr/site/>

Την **Τετάρτη 23 Σεπτεμβρίου 2015** τα ΕΚΦΕ Σερρών, Κατερίνης, Εύβοιας και Σπάρτης, με την υποστήριξη της ΠΑΝΕΚΦΕ, διοργανώνουν δράση με τίτλο «**Το Πείραμα του Ερατοσθένη**» για τον υπολογισμό της ακτίνας της Γης. Το πείραμα αυτό έχει χαρακτηριστεί ως ένα από τα 10 πιο όμορφα πειράματα στην ιστορία της φυσικής. Δηλώστε συμμετοχή στην ηλεκτρονική φόρμα

<https://goo.gl/8Flg1K>

Δείτε [εδώ](#) τα σχολεία που έχουν δηλώσει συμμετοχή μέχρι σήμερα.

Λίγα λόγια για την ιστορία του πειράματος

Ο Ερατοσθένης (3ος π.Χ. αιώνας) ήταν Διευθυντής της μεγάλης Βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας, όπου σε έναν πάπυρο διάβασε ότι το μεσημέρι της 21ης Ιουνίου (θερινό ηλιοστάσιο), στα νότια όρια της πόλης Συήνη (Ασσουάν), οι κατακόρυφοι στύλοι δεν ρίχνουν καθόλου σκιά και ο Ήλιος καθρεφτίζεται ακριβώς στον πυθμένα ενός πηγαδιού (δηλαδή, βρίσκεται στο Ζενίθ του τόπου). Ως επιστήμονας, λοιπόν, ο Ερατοσθένης διερωτήθηκε, εάν συμβαίνει το ίδιο ταυτόχρονα και σε μια άλλη πόλη πχ. στην Αλεξάνδρεια. Όμως στην Αλεξάνδρεια, κατά την ίδια μέρα και ώρα, οι κατακόρυφοι στύλοι έριχναν σκιά.

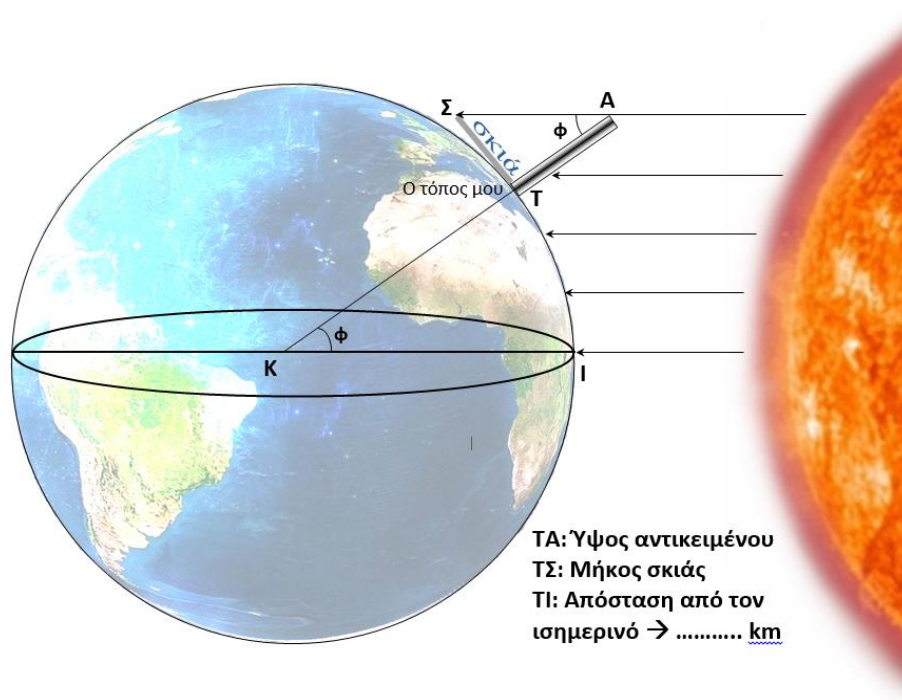
Αν η Γη ήταν επίπεδη, οι κατακόρυφοι στύλοι στις δυο πόλεις θα ήταν παράλληλοι και θα έπρεπε και οι δυο να ρίχνουν σκιά. Αφού, λοιπόν, αυτό δεν είναι αλήθεια, τι μπορεί να συμβαίνει; Την απάντηση έδωσε ο Ερατοσθένης υποστηρίζοντας ότι η επιφάνεια της Γης δεν είναι επίπεδη αλλά σφαιρική. Αυτό το συμπέρασμα είναι, προφανώς, θεμελιώδους σημασίας και επιπλέον επέτρεψε στον Ερατοσθένη να προσδιορίσει την ακτίνα και το μήκος της περιφέρειάς της Γης. Πραγματικά, από το μήκος της σκιάς υπολογίζεται αμέσως η διαφορά των γεωγραφικών πλατών των δύο πόλεων, ίση περίπου με 7 μοίρες. Επειδή η απόσταση των δύο πόλεων ήταν γνωστή από αφηγήσεις βηματιστών και ίση περίπου με 800 Km (φημολογείται ότι ο Ερατοσθένης μίσθωσε βηματιστές για τη μέτρησή της), η περιφέρεια της Γης υπολογίστηκε ίση με 40000 Km.

Αυτή είναι η σωστή απάντηση και ο Ερατοσθένης την έδωσε χρησιμοποιώντας ως μόνα εργαλεία ράβδους, μάτια, πόδια, μυαλό με απλότητα σκέψης και επινοητικότητα. Το λάθος στον υπολογισμό ήταν μόνο 2%, ένα πραγματικά αξιοσημείωτο επίτευγμα για περίπου πριν από 2,5 χιλιετίες. Άρα, ο Ερατοσθένης ήταν ο πρώτος άνθρωπος που μέτρησε τις διαστάσεις του πλανήτη Γη, γι' αυτό και θεωρείται δημιουργός της μαθηματικής γεωγραφίας.

Η 20η Μαρτίου (εαρινή Ισημερία) και η 23η Σεπτεμβρίου (φθινοπωρινή Ισημερία) μπορεί να χαρακτηριστούν ως η αρχή της Άνοιξης και του Φθινοπώρου αντίστοιχα. Στις συγκεκριμένες ημερομηνίες ο Ήλιος βρίσκεται ακριβώς πάνω από τον ισημερινό της γης, με αποτέλεσμα η νύχτα και η μέρα να έχουν ίση διάρκεια σε οποιοδήποτε σημείο της γήινης επιφάνειας.

Τις μέρες αυτές είναι μια καλή ευκαιρία να επαναλάβουμε το πείραμα του Ερατοσθένη επειδή γνωρίζουμε τον τόπο που ο Ήλιος ρίχνει τις ακτίνες του κατακόρυφα.

Οδηγίες για την εκτέλεση του πειράματος



Αν θεωρήσουμε ότι ο κύκλος στο διπλανό σχήμα είναι η Γη τότε η έλλειψη στο κέντρο είναι ο ισημερινός. Στον ισημερινό αυτές τις μέρες ο Ήλιος βρίσκεται στο ζενίθ. Επομένως οι ακτίνες πέφτουν κατακόρυφα και ο Ήλιος καθρεφτίζεται στον πυθμένα ενός πηγαδιού. Η προέκταση μιας ακτίνας του είναι η ΙΚ και περνάει από το κέντρο της Γης Κ.

Έστω ότι εμείς είμαστε στη θέση Τ. Αν τοποθετήσουμε μια κατακόρυφη ράβδο ΤΑ=Υcm τότε αυτή το μεσημέρι (στις 13:19 μ.μ. για τις Σέρρες) έχει σκιά ΤΣ=Χcm.

Σημ. Βρείτε εδώ την ώρα που πρέπει να κάνετε τη μέτρηση σε κάθε τόπο

Υπολογίζουμε την εφαπτομένη της γωνίας ΣΑΤ από το λόγο Χ/Υ και έτσι βρίσκουμε την γωνία που είναι φ μοίρες. Η γωνία φ είναι ίση με την επίκεντρη γωνία ΤΚΙ. Το γεωγραφικό πλάτος της θέσης μας είναι φ μοίρες.

Παρατήρηση: Η γωνία φ είναι ίση με το γεωγραφικό πλάτος μόνο αν η μέτρηση γίνει τις μέρες της εαρινής ή φθινοπωρινής ισημερίας.

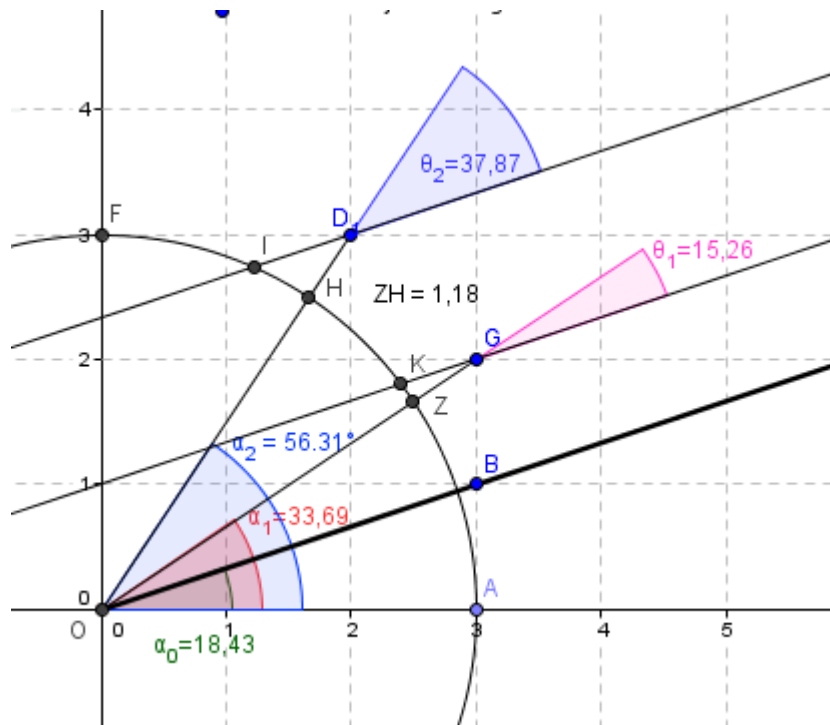
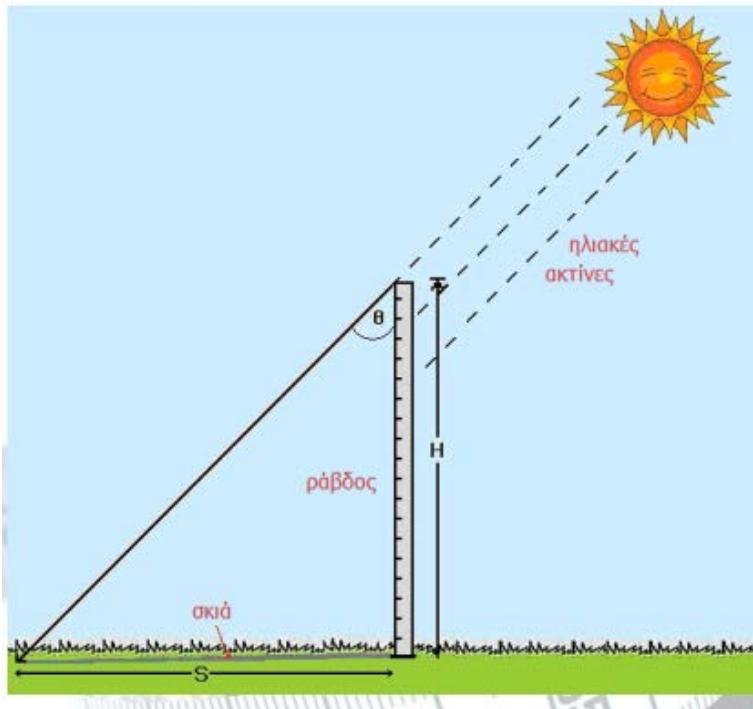
Από το google earth ή από [εδώ](#) βρίσκουμε την απόσταση ΤΙ=S. Είναι η απόσταση της θέσης μας από τον Ισημερινό. Με μια απλή αναλογία υπολογίζουμε την περίμετρο της Γης και μετά την ακτίνα της R.

$$\text{Περμ. Γης} = \frac{360}{\varphi} * S$$

$$R = \frac{\text{Περμ. Γης}}{2 * \pi}$$

ΜΕΤΡΗΣΗ του ΜΗΚΟΥΣ της ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΣ της ΓΗΣ με τη ΜΕΘΟΔΟ του ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗ

Η σκιά ενός αντικείμενου, την ίδια ώρα της μέρας, μεγαλώνει, όσο πιο βόρεια πηγαίνουμε. Αυτό οφείλεται στη καμπυλότητα της Γης. Μπορούμε, αν ξέρουμε τη γωνία που σχηματίζεται από το αντικείμενο και τη σκιά του θ , σε δύο τόπους και τη μεταξύ τους απόσταση να υπολογίσουμε το μήκος της περιφέρειας της Γης:



Προσέξτε ότι $\vartheta_2 - \vartheta_1 = \alpha_2 - \alpha_1 = 22,61^\circ$. Οι γωνίες ϑ_1 , και ϑ_2 είναι οι μετρούμενες γωνίες της σκιάς, ενώ οι γωνίες α_1 και α_2 είναι τα γεωγραφικά πλάτη των τόπων Ζ και Η αντίστοιχα.

Γνωρίζοντας τις γωνίες ϑ_1 και ϑ_2 και την απόσταση ΖΗ, υπολογίζουμε το μήκος της περιφέρειας της Γης L , με απλή μέθοδο των τριών: $L = (ZH) \cdot 360 / (\alpha_2 - \alpha_1)$.

Οι γωνίες ϑ_1 και ϑ_2 υπολογίζονται για τους μαθητές που ξέρουν τριγωνομετρία από τον ορισμό της εφαπτομένης $\varepsilon\varphi\vartheta_1 = (KZ)/(GZ) = (\text{μήκος σκιάς})/(\text{ύψος αντικειμένου})$ και μετά με χρήση επιστημονικής αριθμομηχανής ή με το internet :

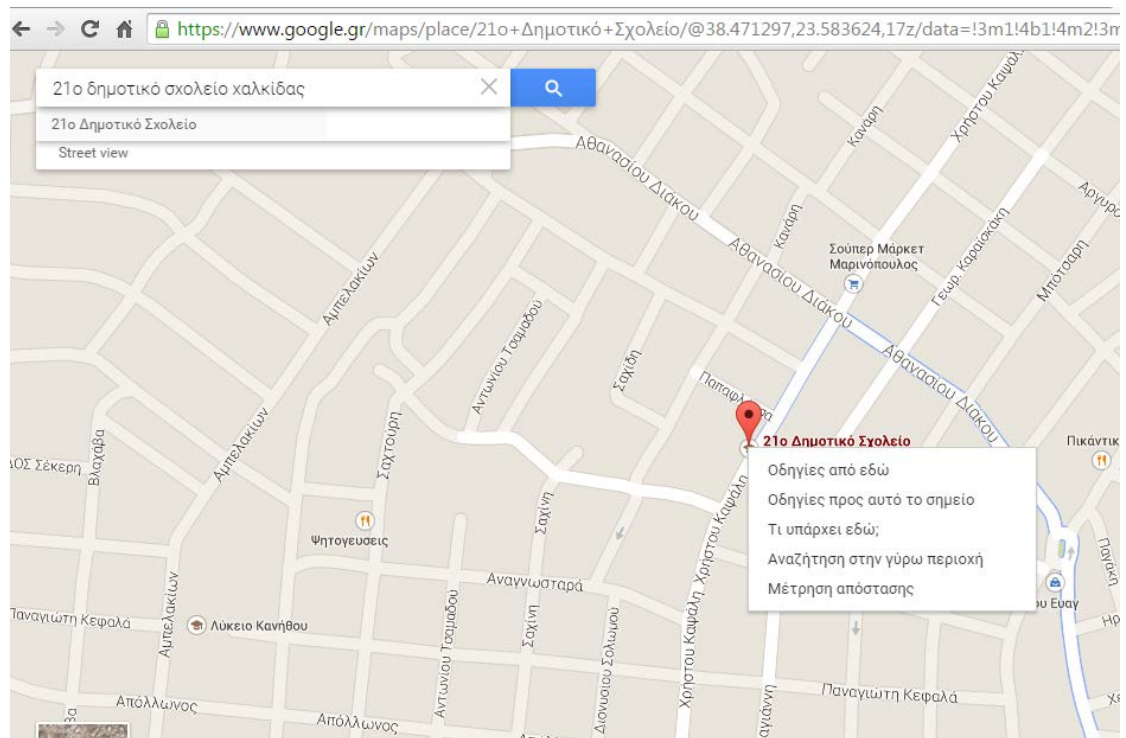
http://www.rapidtables.com/calc/math/Arctan_Calculator.htm

Οι μαθητές που δε ξέρουν τριγωνομετρία μπορούν να σχεδιάσουν σε κλίμακα το τρίγωνο που σχηματίζει το αντικείμενο και η σκιά του και να μετρήσουν τη γωνία με μοιρογνωμόνιο.

Το αντικείμενο πρέπει να τοποθετηθεί κάθετα στο έδαφος. Αυτό μπορεί να εξασφαλιστεί, είτε αν το αντικείμενο έχει βάση στήριξης (π.χ. καλόγερος), είτε με ένα νήμα της στάθμης στο οποίο έχουμε κάνει έναν κόμπο στο πάνω μέρος του (μετράμε από το σημείο επαφής του βαριδιού με το έδαφος έως τη σκιά του κόμπου). Άλλους τρόπους θα βρείτε σε φωτογραφίες στο <http://ekfe.eyv.sch.gr/?p=1210>.

Για την επιτυχία του πειράματος απαιτείται η συνεργασία δύο σχολείων, τα οποία πρέπει να βρίσκονται στον ίδιο μεσημβρινό και να απέχουν σημαντικά μεταξύ τους. Οι προϋποθέσεις αυτές επιτυγχάνονται για συγκεκριμένες πόλεις στους νομούς Αττικής, Εύβοιας, Σερρών και Χανίων. Τα ΕΚΦΕ των τριών νομών θα συλλέξουν τις μετρήσεις που θα στείλουν τα σχολεία και θα φτιάξουν ζευγάρια σχολείων, τα οποία θα ανταλλάξουν στοιχεία μεταξύ τους. Η απόσταση μεταξύ των σχολείων μπορεί να βρεθεί από ένα χάρτη της Ελλάδας με τη κλίμακα του χάρτη. Η απόσταση που θα μετρηθεί πρέπει να είναι η ευθεία απόσταση μεταξύ των παραλλήλων των τόπων κι όχι η ευθεία που τα συνδέει.

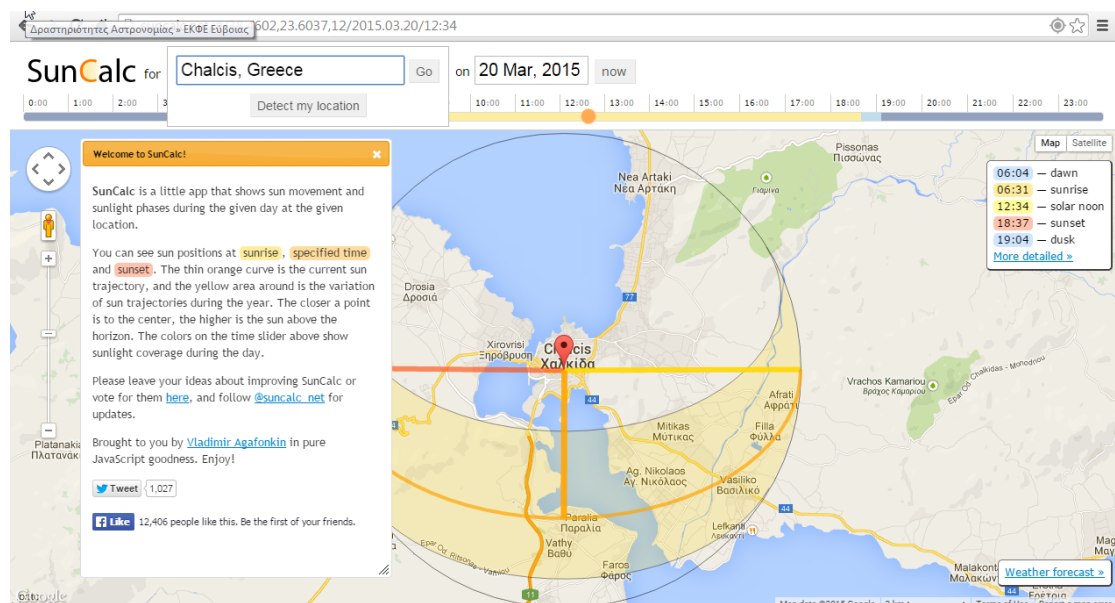
Για ακόμη μεγαλύτερη ακρίβεια καλά είναι το κάθε σχολείο να δώσει τις γεωγραφικές συντεταγμένες του. Αυτό μπορεί να γίνει ως εξής: πάμε στο <http://maps.google.gr>, εισάγουμε το όνομα του σχολείου, στον κενό χώρο πάνω αριστερά. Όταν εμφανιστεί το σχολείο, κάνουμε πάνω του δεξί κλικ, επιλέγουμε “Τι υπάρχει εδώ”



Εμφανίζονται πάνω αριστερά οι συντεταγμένες του σχολείου σε μορφή δεκαδικού αριθμού.

Ακόμη και ένα σχολείο όμως μόνο του μπορεί να κάνει ζευγάρι με έναν τόπο στον ισημερινό στον ίδιο μεσημβρινό, αφού την ίδια ώρα στο τόπο αυτό η σκιά έχει μήκος μηδέν.

Η μέτρηση πρέπει να γίνει την ώρα που η σκιά είναι η μικρότερη δυνατή. Αυτό αλλάζει από πόλη σε πόλη (στη Χαλκίδα, στη πόλη των Σερρών και στο Καστέλλι Κισσάμου Χανίων στις 12:34, στη πόλη των Χανίων στις 12:32, στην Αθήνα, Ομόνοια 12:35). Για να βρείτε πότε συμβαίνει αυτό στο τόπο σας μπειτε στο <http://suncalc.net>



Αν κάνετε κλικ πάνω αριστερά, εκεί που λέει “Chalcis, Greece”, θα εμφανιστεί από κάτω του ακριβώς η εντολή “Detect my location”. Το πρόγραμμα εντοπίζει το τόπο σας και δείχνει πάνω δεξιά το τοπικό μεσημέρι “solar noon” (Χαλκίδα 12:34).

Εναλλακτικά μπορείτε στη διεύθυνση του site (πάνω –πάνω γραμμή) να εισάγετε τις συντεταγμένες σας που έχετε βρει από πριν, την ημερομηνία και την ώρα (Χαλκίδα <http://suncalc.net/#/38.4602,23.6037/2015.03.20/>)

Συντεταγμένες γεωγρ. Πλάτος = 38.4602, γεωγρ. Μήκος = 23.6037, ημερομηνία 2015.03.20

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

Ώρα λήψης της μέτρησης	
Ύψος αντικειμένου	
Μήκος σκιάς	
Γωνία θ	
Γεωγραφικό πλάτος σχολείου	
Γεωγραφικό μήκος σχολείου	

Διαβάστε περισσότερα <http://ekfe.eyv.sch.gr/?p=1210> και <http://ekfe.eyv.sch.gr/?p=393>

ΕΝΔΙΕΚΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ

Χαλκίδα – Καστέλι 327 km, Σέρρες – Χαλκίδα 291 km, Πειραιάς - Σέρρες 348 km

$\theta = 38,5^\circ$ (Χαλκίδα), Σέρρες 41° , Χανιά $35,5^\circ$, Ομόνοια 38° , Κίσαμος $35,5^\circ$, Πειραιάς 38° .

$L = 291 \times 360 / (41 - 38,5) = 41.900 \text{ km}$, $L = 327 \times 360 / (38,5 - 35,5) = 39.240 \text{ km}$

Απαιτούμενη ακρίβεια $\pm 0,5^\circ$, $\pm 0,5 \text{ cm}$.

Πείραμα του Ερατοσθένη

Μέτρηση της ακτίνας της Γης, 23-09-2015, ώρα 13:.....

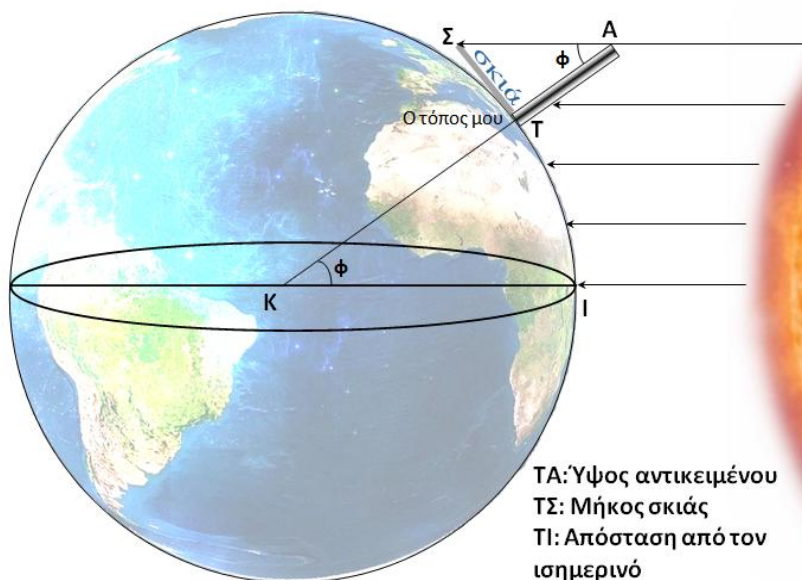
Συντεταγμένες αυλής

Γεωγρ. μήκος

Γεωγρ. πλάτος

Απόσταση από τον ισημερινό

TI = km



ΤΑ: Ύψος αντικειμένου
 ΤΣ: Μήκος σκιάς
 ΤΙ: Απόσταση από τον ισημερινό

Μετρήσεις

Ύψος αντικειμένου: ΤΑ = cm

Μήκος σκιάς: ΤΣ = cm

Υπολογισμοί

$$\epsilon\phi\phi = \frac{\text{ΤΣ}}{\text{ΤΑ}} = \dots\dots\dots \text{ και } \phi = \dots\dots\dots$$

$$\frac{\text{ΤΙ}}{\phi} = \frac{\text{Περίμετρος}}{360^\circ} \Rightarrow \dots\dots\dots$$

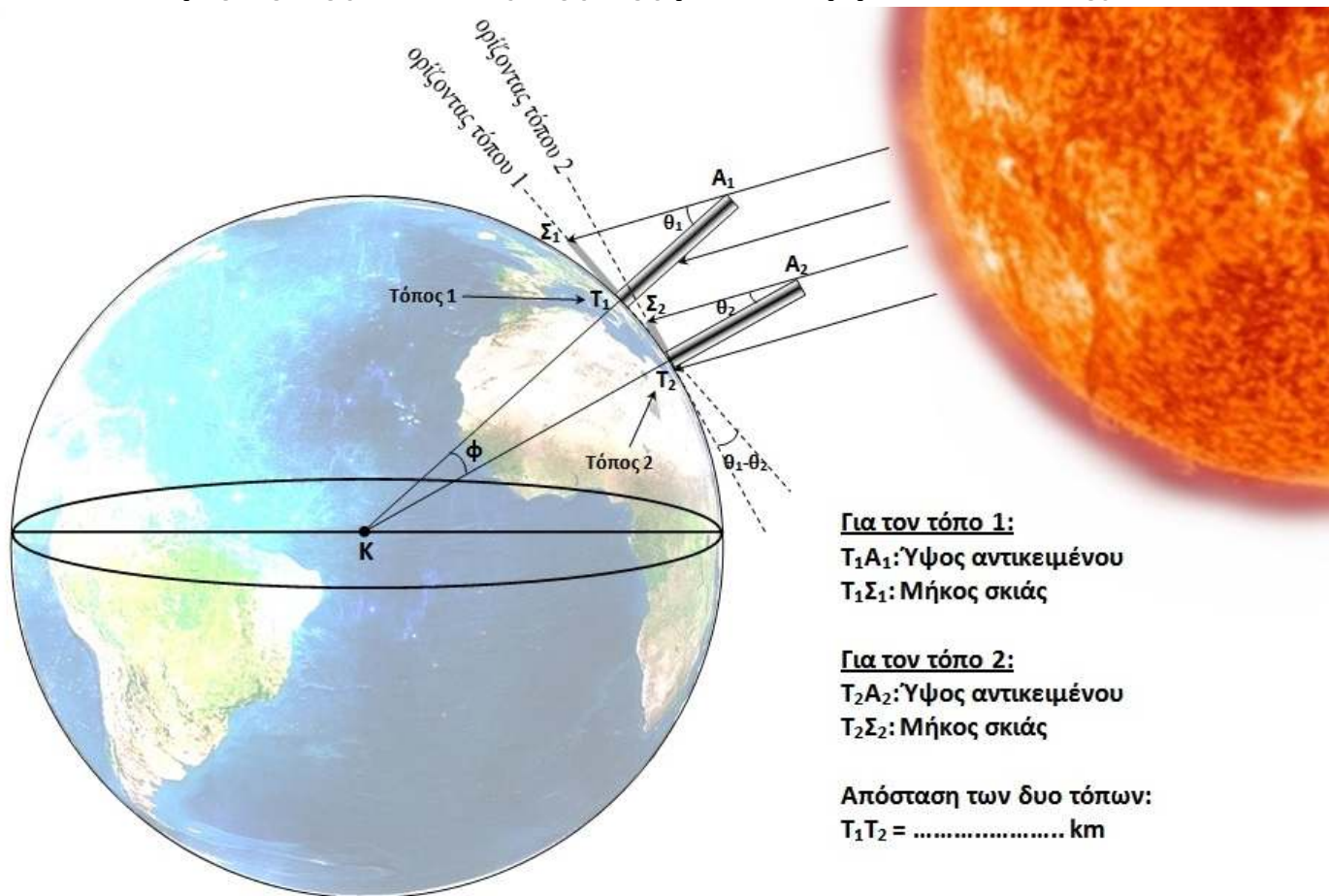
$$\Rightarrow \text{Περίμετρος} = \dots\dots\dots \text{ km}$$

$$\text{Ακτίνα Γης } R = \frac{\text{Περίμετρος}}{2 \cdot 3,14159} = \dots\dots\dots \text{ Km}$$

(Ενδεικτική τιμή R = 6370 km)

Πείραμα του Ερατοσθένη

Μέτρηση της ακτίνας της Γης με συνεργασία δυο σχολείων



Μετρήσεις	Ύψος αντικειμένου	Μήκος σκιάς
Σχολείο 1	$T_1A_1 = \dots\dots\dots$ cm	$T_1\Sigma_1 = \dots\dots\dots$ cm
Σχολείο 2	$T_2A_2 = \dots\dots\dots$ cm	$T_2\Sigma_2 = \dots\dots\dots$ cm

Υπολογισμοί		
Σχολείο 1	$\epsilon\phi\theta_1 = \frac{T_1\Sigma_1}{T_1A_1} = \dots\dots\dots$	$\theta_1 = \dots\dots\dots$
Σχολείο 2	$\epsilon\phi\theta_2 = \frac{T_2\Sigma_2}{T_2A_2} = \dots\dots\dots$	$\theta_2 = \dots\dots\dots$
$\phi = \theta_1 - \theta_2 = \dots\dots\dots$		
$\frac{T_1T_2}{\phi} = \frac{\text{Περίμετρος}}{360^\circ} \Rightarrow \text{Περίμετρος} = \dots\dots\dots$ km		
Ακτίνα Γης $R = \frac{\text{Περίμετρος}}{2 \cdot 3,14159} = \dots\dots\dots$ Km		
<i>(Ενδεικτική τιμή R = 6370 km)</i>		